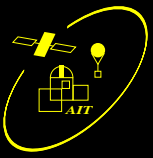


Moderne Kosmologie

Jörn Wilms

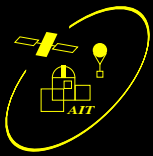
Institut für Astronomie und Astrophysik
Eberhard-Karls-Universität Tübingen

<http://astro.uni-tuebingen.de/~wilms/teach/cosmo>



Inhalt

- „Alte“ Kosmologie
 - Raum und Zeit
 - Friedmann-Gleichungen
 - Weltmodelle
- „Moderne“ Kosmologie
 - (Urknall)
 - (Inflation)
 - Kosmologische Konstante
 - Strukturentstehung
- Zusammenfassung



Alte Kosmologie

Kosmologie beschäftigt sich mit den Fragen über das Universum als Ganzes:

Wie entwickelte sich das Universum zu dem, was es heute ist?

Dazu Annahme von vier Grundtatsachen:

- Das Universum
- expandiert,
 - ist isotrop,
 - und ist homogen.

(„kosmologisches Prinzip“)

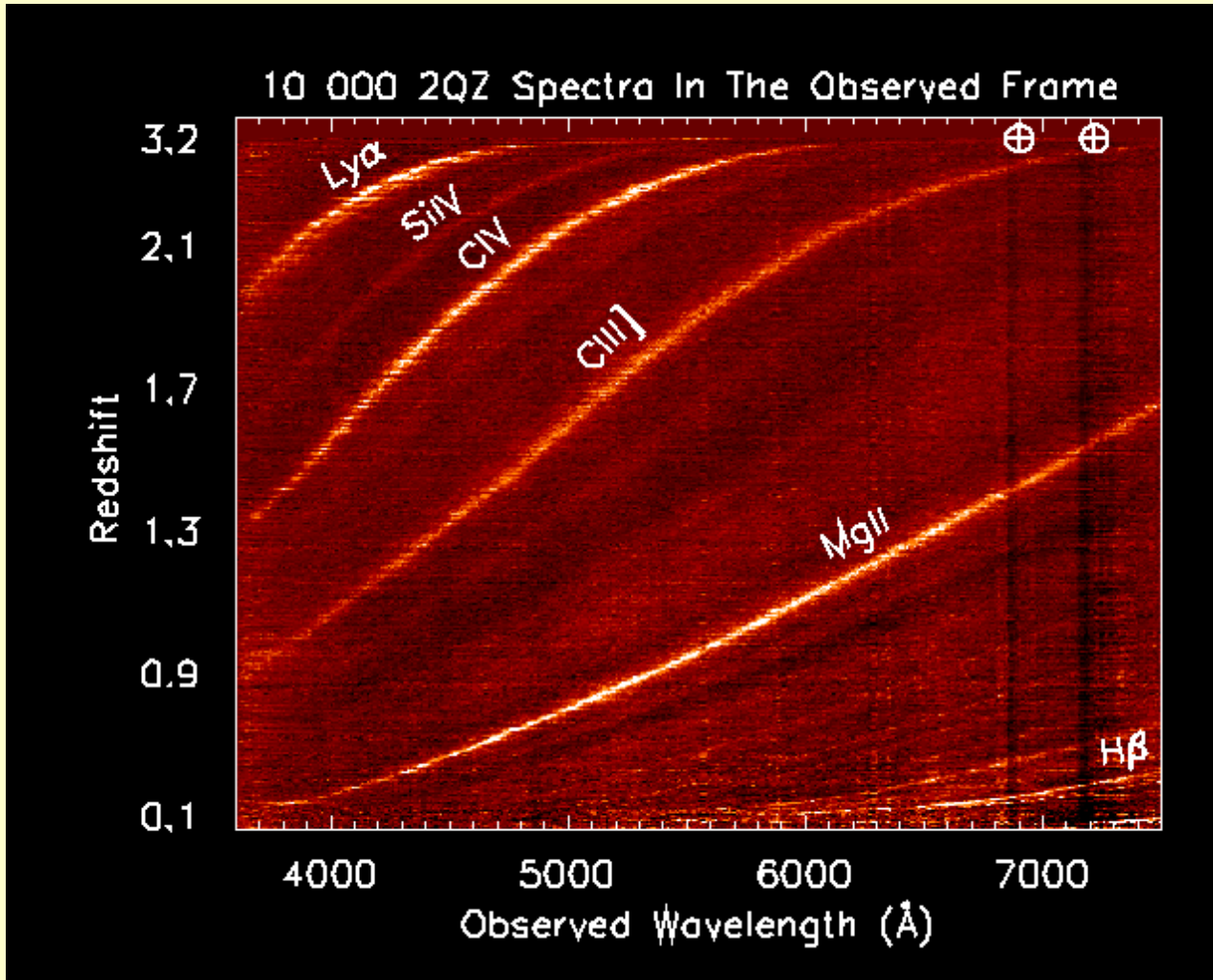
Ferner (für uns) am wichtigsten:

- Das Universum ist für Menschen bewohnbar.

(„anthropologisches Prinzip“)



Expansion des Universums, I



2dF QSO Redshift survey

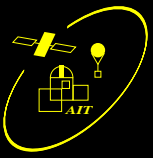
Rotverschiebung:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

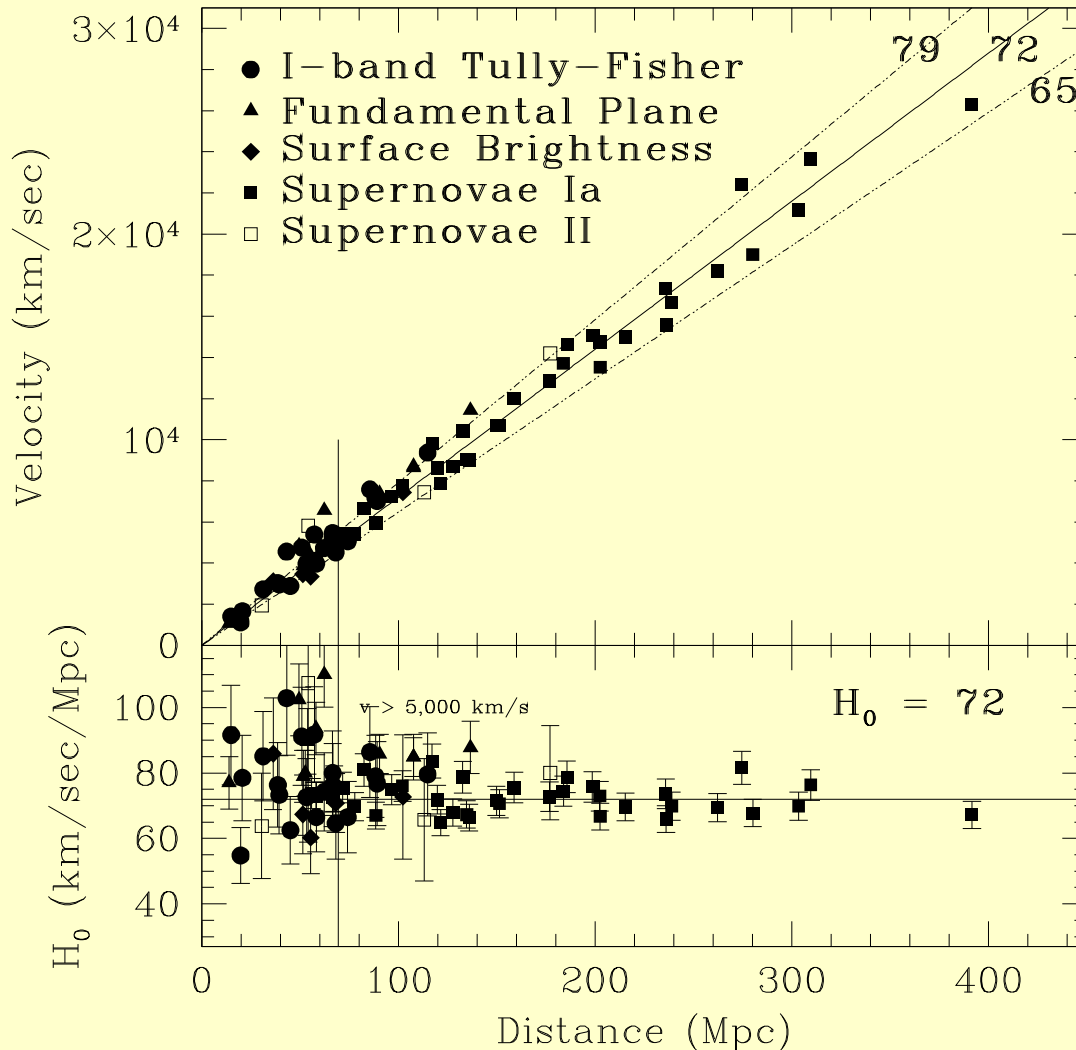
interpretiert als
Geschwindigkeit:

$$v = cz$$

wo $c = 300000 \text{ km s}^{-1}$
(Lichtgeschwindigkeit)



Expansion des Universums, II



(Freedman, 2001, Fig.4)

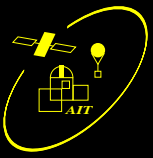
Hubble-Gesetz:

$$v = H_0 d$$

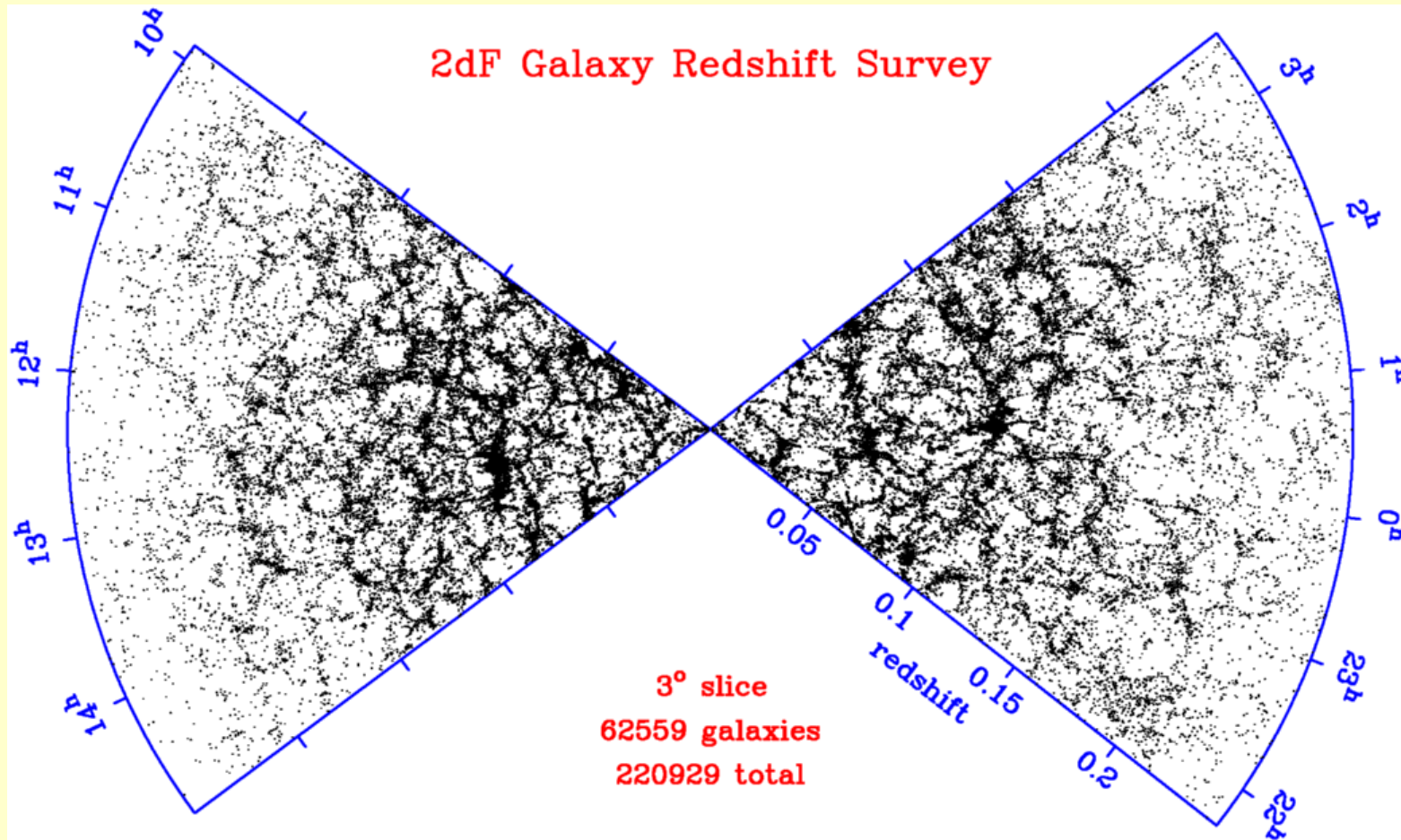
WO

$$H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

Langjährige Diskussionen über H_0 sind ausgestanden...



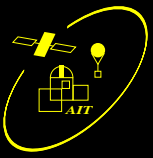
Homogenität



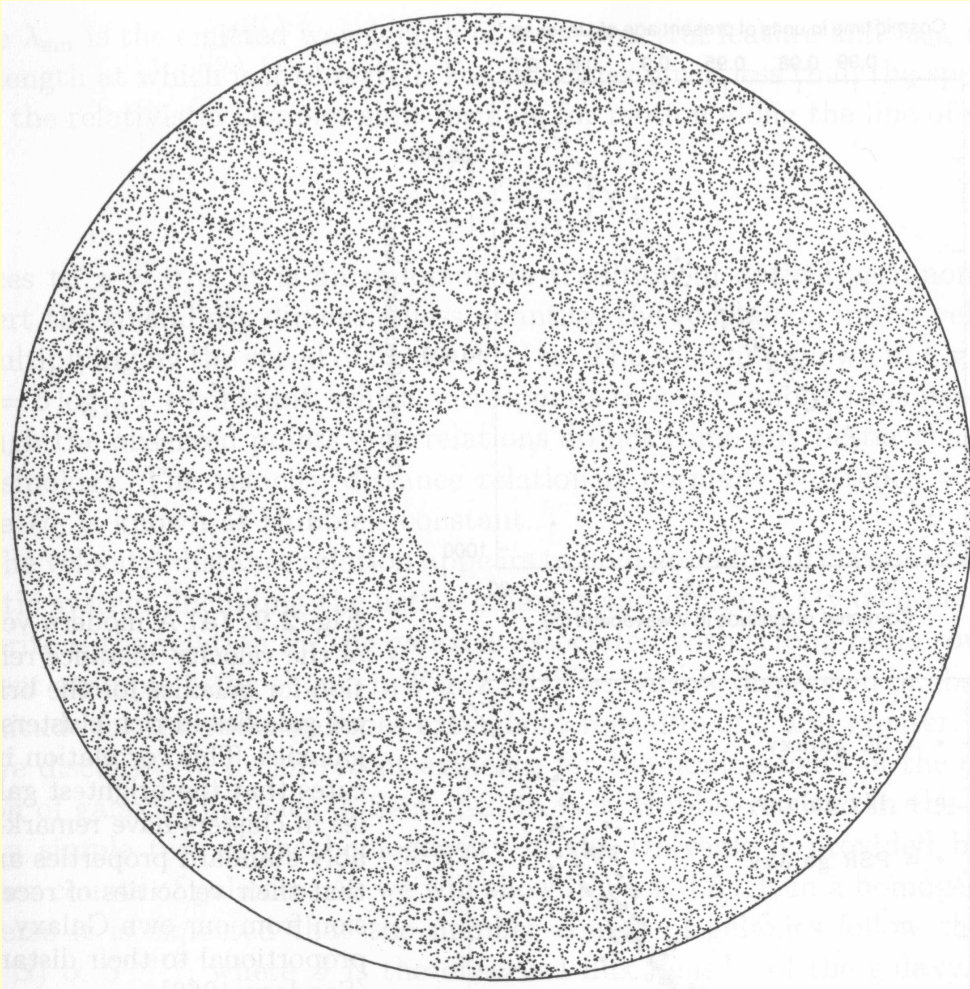
2dF Survey, ~220000 galaxies total

Homogenität: „Das Universum sieht von jedem Ort aus gleich aus“ (auf Skalen $\gg 100$ Mpc).

IAAT



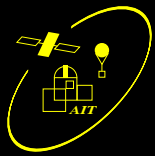
Isotropie



Peebles (1993): Verteilung von 31000 Objekten aus dem Greenbank-Katalog ($\lambda = 6$ cm)

Das Universum ist isotrop
 \iff Das Universum sieht in
alle Richtungen gleich aus.

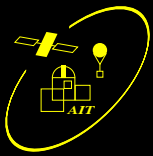
N.B. Homogenität impliziert *keine*
Isotropie, ebenso wie Isotropie von
einem Punkt aus Homogenität
impliziert!



Friedmann Gleichungen, I



Albert Einstein: Anwesenheit von Massen
krümmt den Raum (=Gravitation) \implies
Allgemeine Relativitätstheorie (ART)
ART ist anwendbar auf Universum als ganzem!



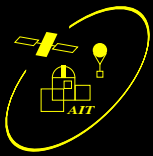
Friedmann Gleichungen, II



Theoretische Kosmologie:

Kombination von

1. Relativitätstheorie



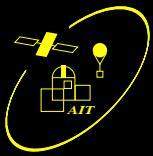
Friedmann Gleichungen, III



Theoretische Kosmologie:

Kombination von

1. Relativitätstheorie
2. Thermodynamik



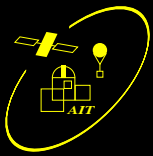
Friedmann Gleichungen, IV



Theoretische Kosmologie:

Kombination von

1. Relativitätstheorie
2. Thermodynamik
3. Quantenmechanik



Friedmann Gleichungen, V

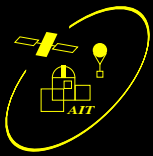


Theoretische Kosmologie:

Kombination von

1. Relativitätstheorie
2. Thermodynamik
3. Quantenmechanik

⇒ kompliziert



Friedmann Gleichungen, VI



Theoretische Kosmologie:

Kombination von

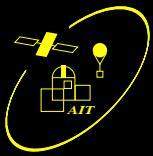
1. Relativitätstheorie
2. Thermodynamik
3. Quantenmechanik

⇒ kompliziert

Normalerweise Rechnung in drei Schritten:

1. Bestimme **Metrik**, die dem kosmologischen Prinzip entspricht
2. Erhalte **Entwicklungsgleichung** aus ART
3. Benutze Thermodynamik und Quantenmechanik für **Zustandsgleichung**

Rest ist dann einfache Rechnung...



Friedmann Gleichungen, VII

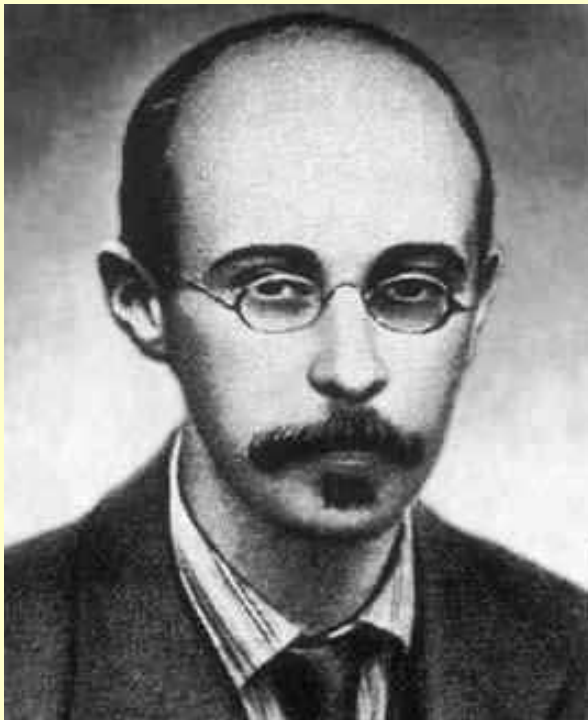
Raum, der dem kosmologischen Prinzip genügt, wird durch Friedmann-Robertson-Walker-Lemaître Metrik beschrieben:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) [dr^2 + S_k^2(r) d\psi^2]$$

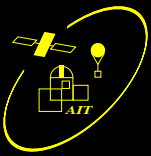
Wichtig: **Skalenfaktor** $R(t)$ liefert **zeitliche Entwicklung des Universums**, wird erhalten aus Lösung der **Friedmann-Gleichungen**:

$$\begin{aligned}\ddot{R} &= -\frac{4\pi G}{3}R \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \left[\frac{1}{3}\Lambda R \right] \\ \dot{R}^2 &= +\frac{8\pi G\rho}{3}R^2 - kc^2 + \left[\frac{1}{3}\Lambda R^2 \right]\end{aligned}$$

(k : Krümmung)



(A.A. Friedmann, 1888–1925)



Hubble Parameter, I

Interpretation der kosmologischen Rotverschiebung:

Raum dehnt sich aus (gemäß Friedmann-Gleichungen),
Hubble-“Konstante“ ist \dot{R}/R .

Ferner gilt für Entwicklung des Hubble-Parameters:

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{R^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{R^2}{c} \left(\frac{8\pi G}{3}\rho - H^2\right) = k$$

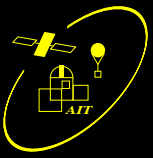
Definiere

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} \quad \text{wo} \quad \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

so daß

- $\Omega > 1 \implies k > 0 \implies$ geschlossenes Universum
- $\Omega < 1 \implies k < 0 \implies$ offenes Universum

Momentan: $\rho_c \sim 1.67 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ (3... 10 H-Atome/m³).



Hubble Parameter, II

Was trägt zu Ω bei?

- **Gravitierendes Material:** Ω_{matter} ($= \Omega_m$)
- **Baryonische Materie:** Ω_b (Untermenge von Ω_m)
- **Vakuum:** Ω_Λ

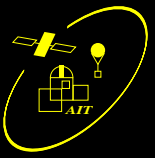
$$\Omega_\Lambda = \frac{8\pi G \rho_V}{3H^2} = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}$$

Konsequenz aus Quantenfeldtheorie und ähnlichen Theorien.

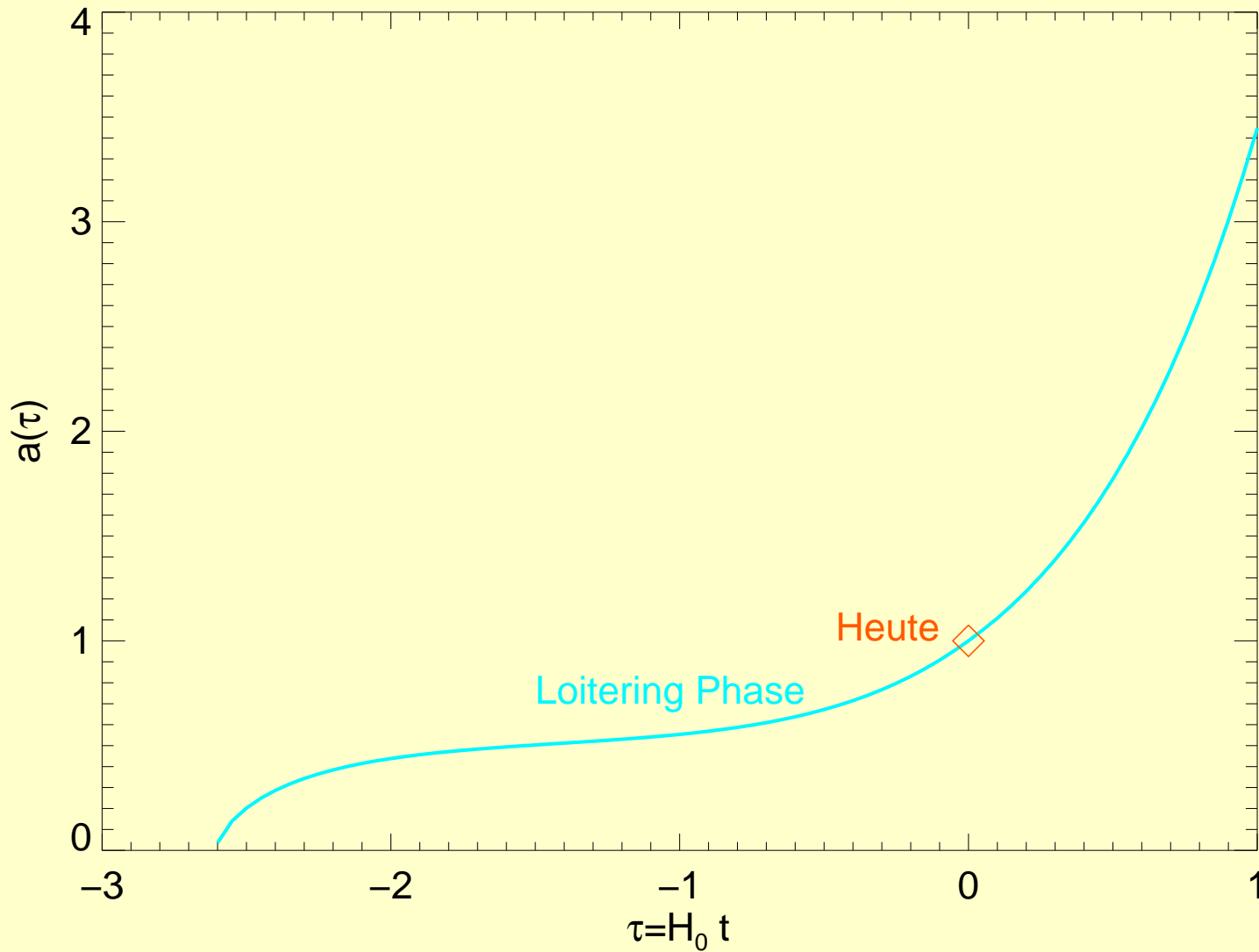
Vorhersage der **Inflationstheorie:**

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$$

⇒ Muß durch Beobachtungen bestätigt werden...

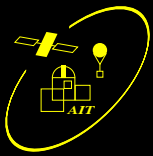


Weltmodelle, I



“Loitering universe” mit $\Omega_m = 0.55$, $\Omega_{\text{Lambda}} = 2.055$

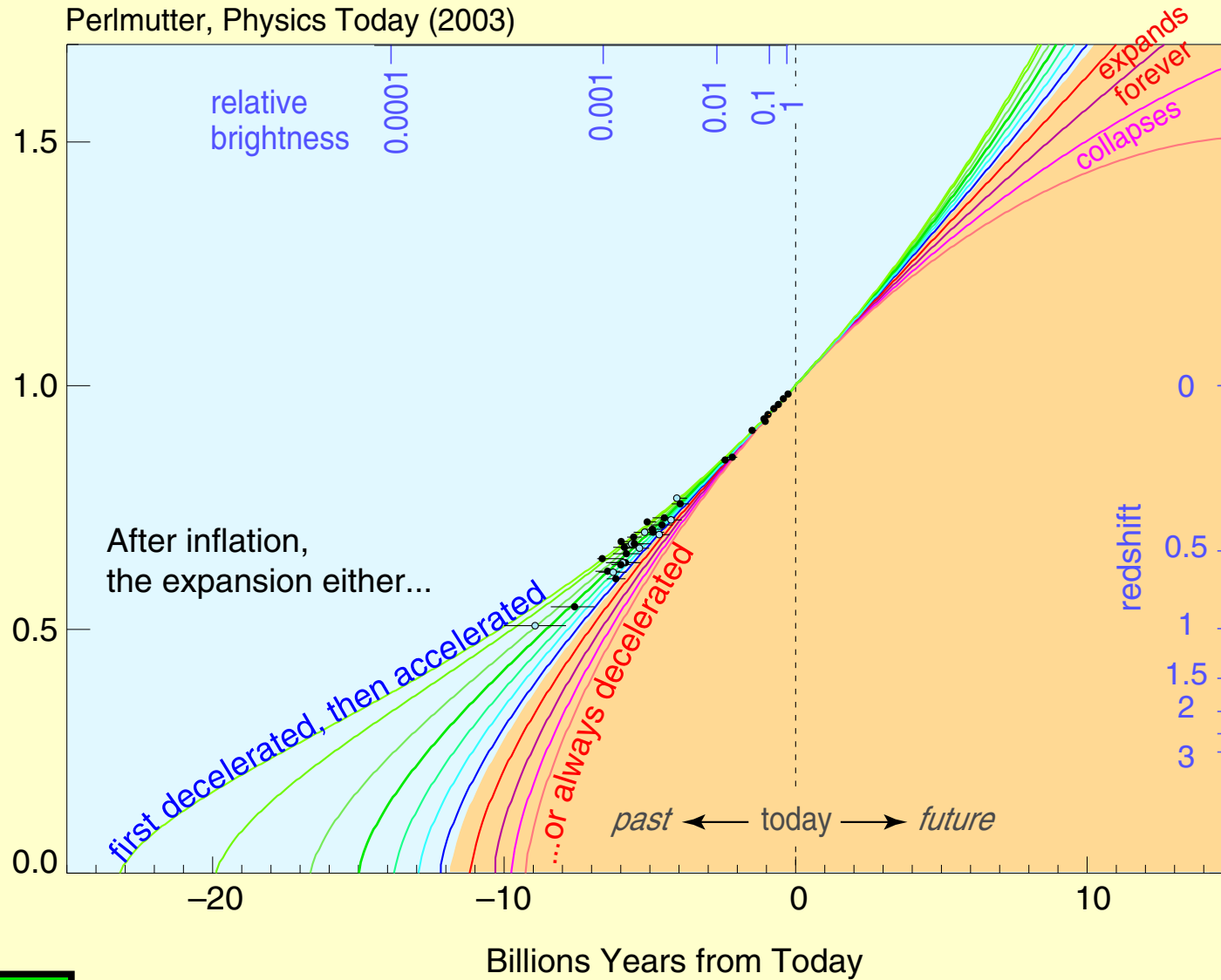
IAAT

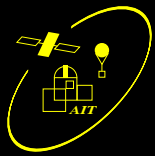


Weltmodelle, II

Expansion History of the Universe

Perlmutter, Physics Today (2003)





Zusammenfassung

Moderne Kosmologie = Bestimmung von H_0 , Ω und Λ aus Beobachtungsdaten und Vergleich mit Theorie

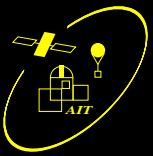
Im folgenden: Beispiele für neue Messungen zur Bestimmung von Ω und Λ :

- **Supernova-Beobachtungen** und
- **Kosmischer Mikrowellenhintergrund (WMAP)**.

Allgemeine Hoffnung: Bestätigung von $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$.



Supernovae: Leuchtkräfte vergleichbar zu Galaxien: $\sim 10^{51}$ erg/s in Licht,
100× mehr in Neutrinos.



Supernovae, II

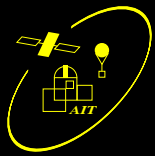
SN Ia = Explosion von CO weißen Zwerg wenn er über Chandrasekhar-Grenze ($1.4 M_{\odot}$) gestoßen wird (via Accretion?).

⇒ Immer ähnlicher physikalischer Prozess

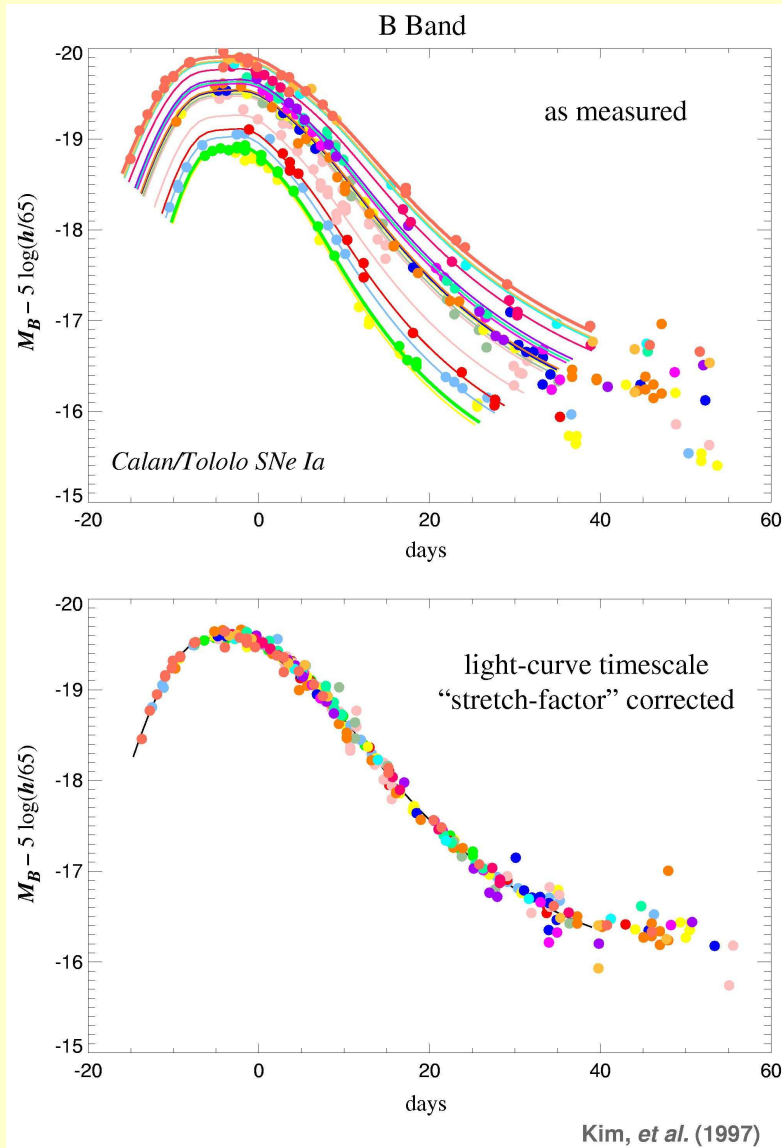
⇒ Sehr **charakteristische Lichtkurven**: **fast rise**, **rapid fall**, **exponential decay** (FRED) mit Halbwertszeit von ~ 60 d.

60 d Skala aus radioaktivem Zerfall $\text{Ni}^{56} \rightarrow \text{Co}^{56} \rightarrow \text{Fe}^{56}$ ("Selbstkalibration" der Lichtkurve wenn überall gleiche Menge Ni^{56} produziert wird.)

Beobachtbar bis zu **Entfernungen von 1 Gpc** ($L \sim 10^{9...10} L_{\odot}$).



Supernovae, III



Eichung durch Beobachtung naher ($z < 0.1$) SN Ia, generell stimmen Lichtkurven gut überein. \implies Standardkerze

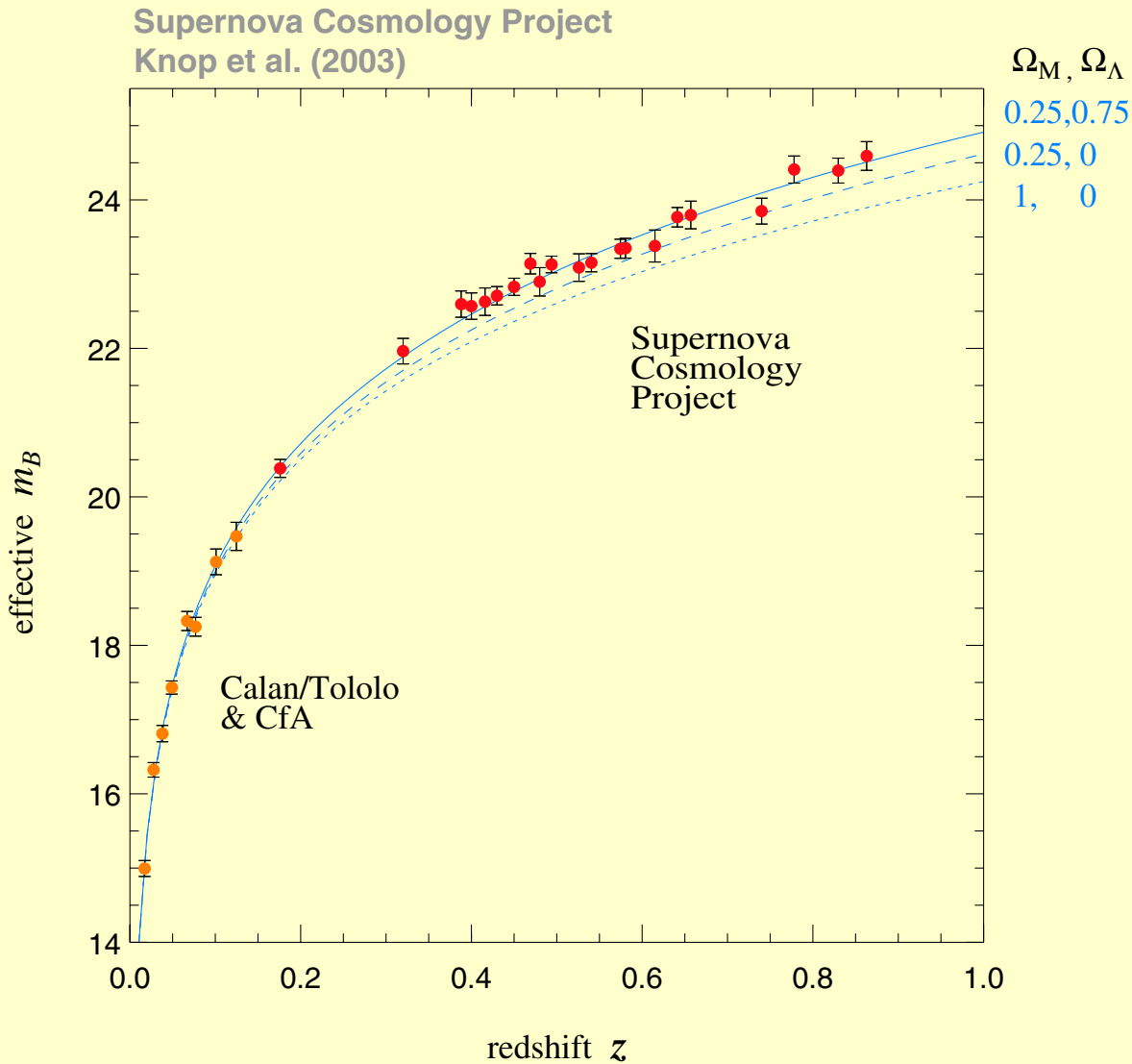
Mögliche Kritikpunkte:

- **Vorgeschichte** des CO-Weißen Zwergs? (Elementhäufigkeiten?)
- **Extinktion** in der Hostgalaxie?
- **Spektroskopische Pekularitäten**
- Verschiedene **Abfallraten** und **Farben** (allerdings gute Korrelation max. Helligkeit und Abfallgeschwindigkeit)

Dennoch momentan beste Methode.

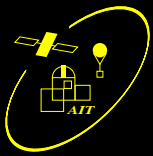


Supernovae, IV

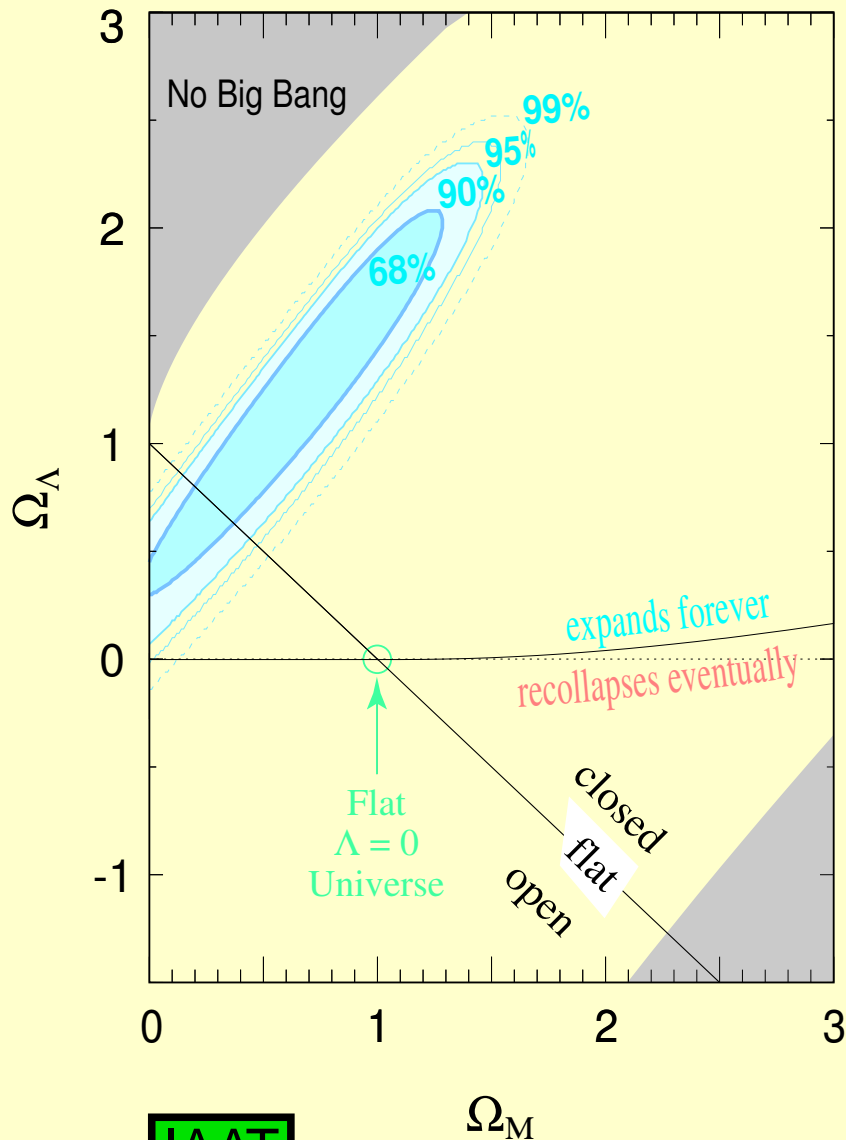


Supernova-Daten werden gut durch Modelle mit $\Omega_m = 0.25$ und $\Omega_\Lambda = 0.75$ erklärt.

$\Omega_\Lambda = 0$ wird durch Daten *ausgeschlossen*.

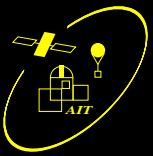


Supernovae, V

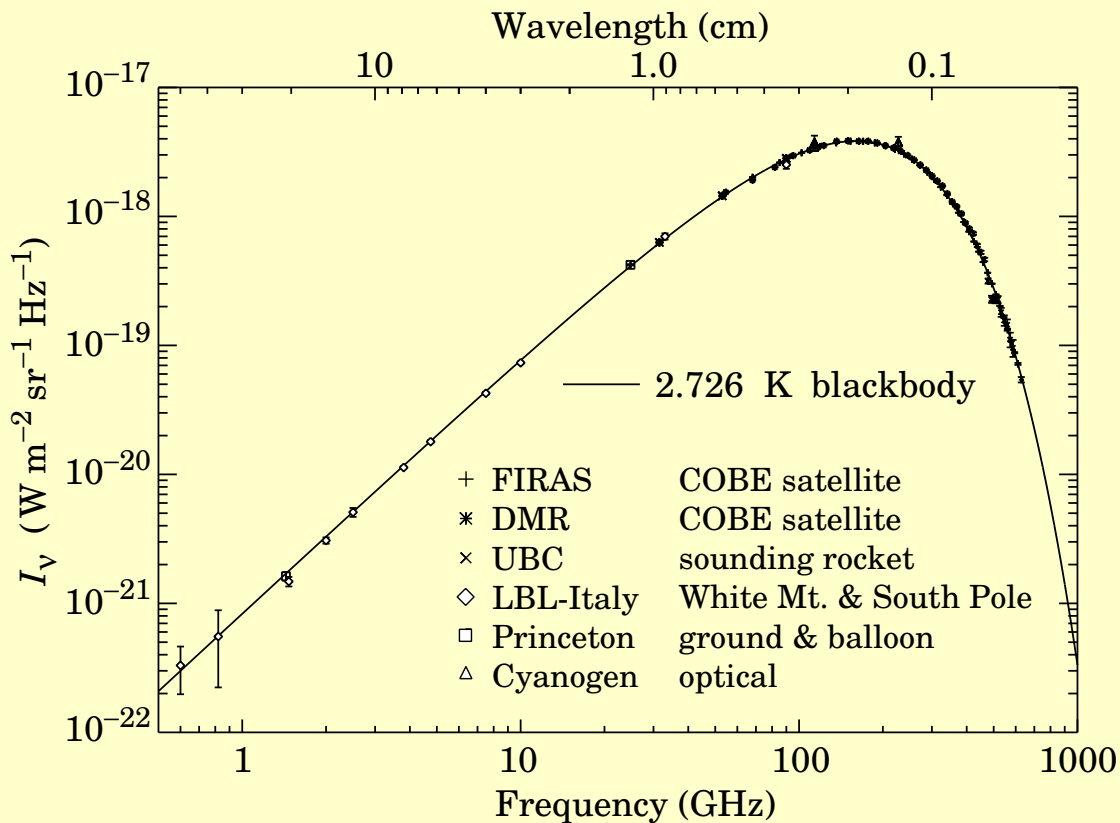


Konfidenzbereiche für Ω_Λ und Ω_m
(Perlmutter et al., 1999).

dunkle Bereiche: 68% Konfidenz, außen: 90%



Mikrowellen-Hintergrund, I



(Smoot et al., 1997, Fig. 1)

Penzias & Wilson (1965):
 “Measurement of Excess
 Antenna Temperature at
 4080 Mc/s” \implies **Kosmischer
 Mikrowellenhintergrund**
 (Cosmic Microwave
 Background; CMBR):

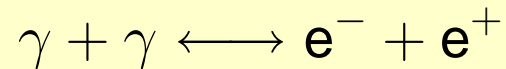
CMB Spektrum konsistent
 mit Planck'schem
 Spektrum mit Temperatur
 $T_{\text{CMBR}} = 2.728 \pm 0.004 \text{ K.}$

\implies **Relikt des Big Bang.**

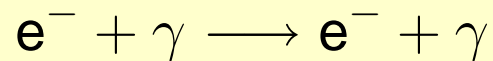


Mikrowellen-Hintergrund, II

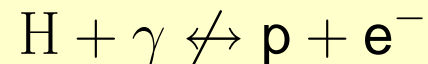
Entstehung der Hintergrundstrahlung: Frühes Universum war **heiß und dicht**
⇒ Gleichgewicht zwischen **Strahlung** und **Materie**:



oder durch Comptonstreuung:

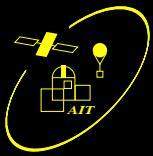


Fällt Temperatur unter Ionisationstemperatur für Wasserstoff,

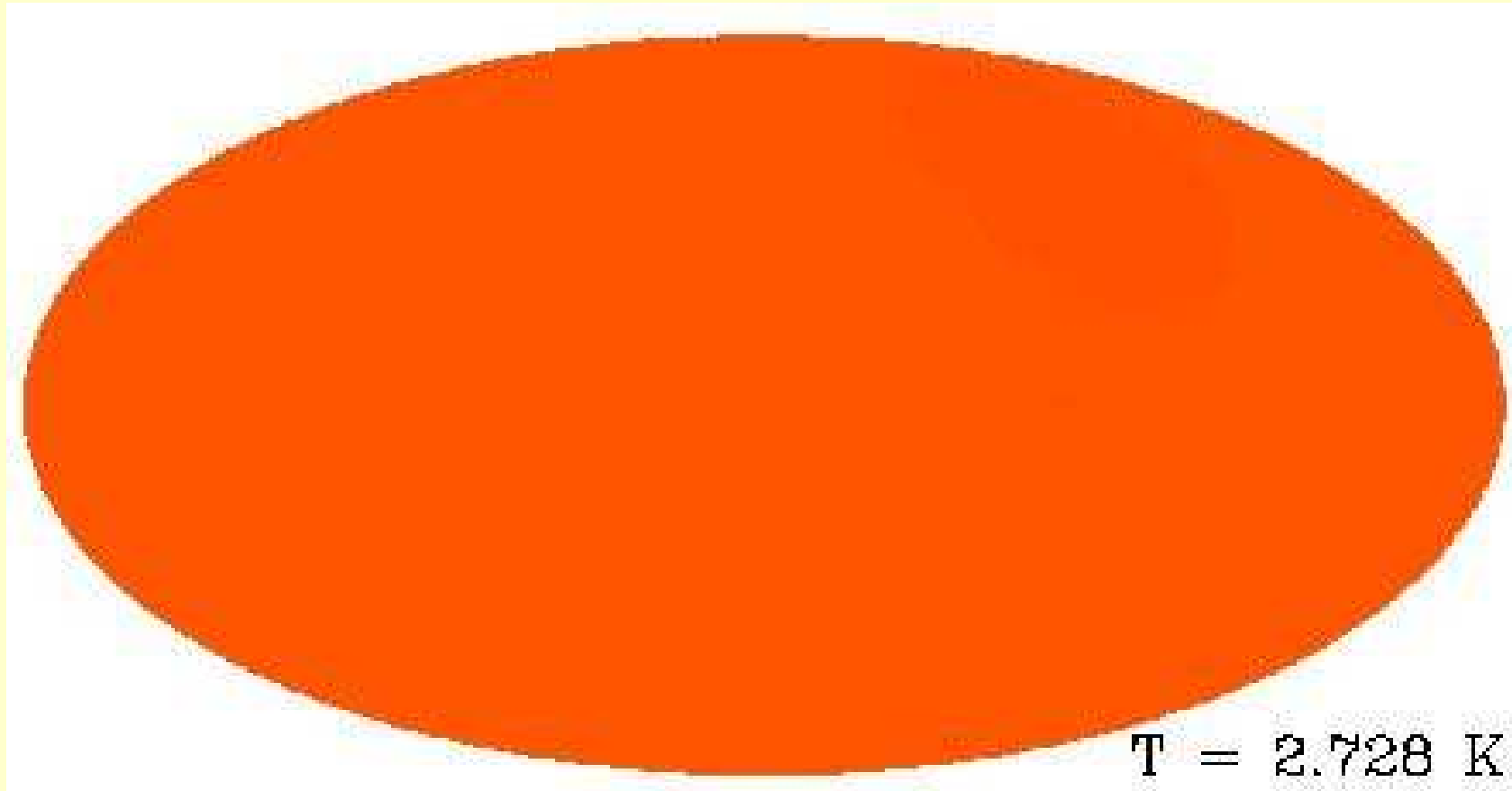


dann **Entkopplung von Strahlung und Materie**, Photonen kühlen sich seither adiabatisch ab.

Entkopplung hängt ab vom Zustand des Universums am Ort der Entkopplung.

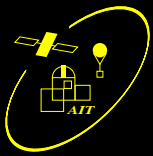


Mikrowellen-Hintergrund, III

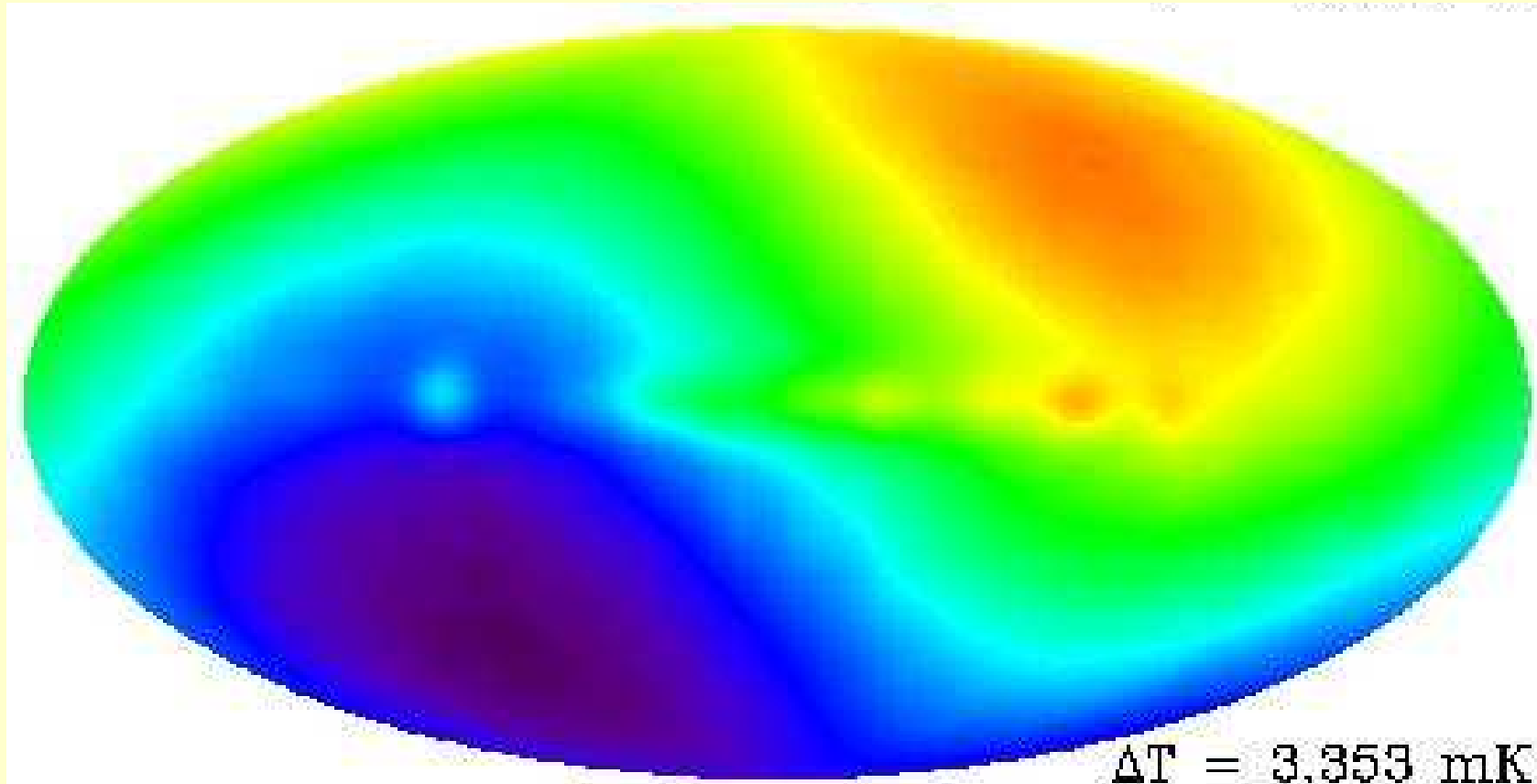


COBE (1992): Erste Karte der 3K-Hintergrundstrahlung

$T = 2.728 \text{ K}$

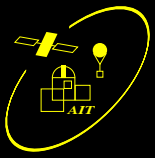


Mikrowellen-Hintergrund, IV

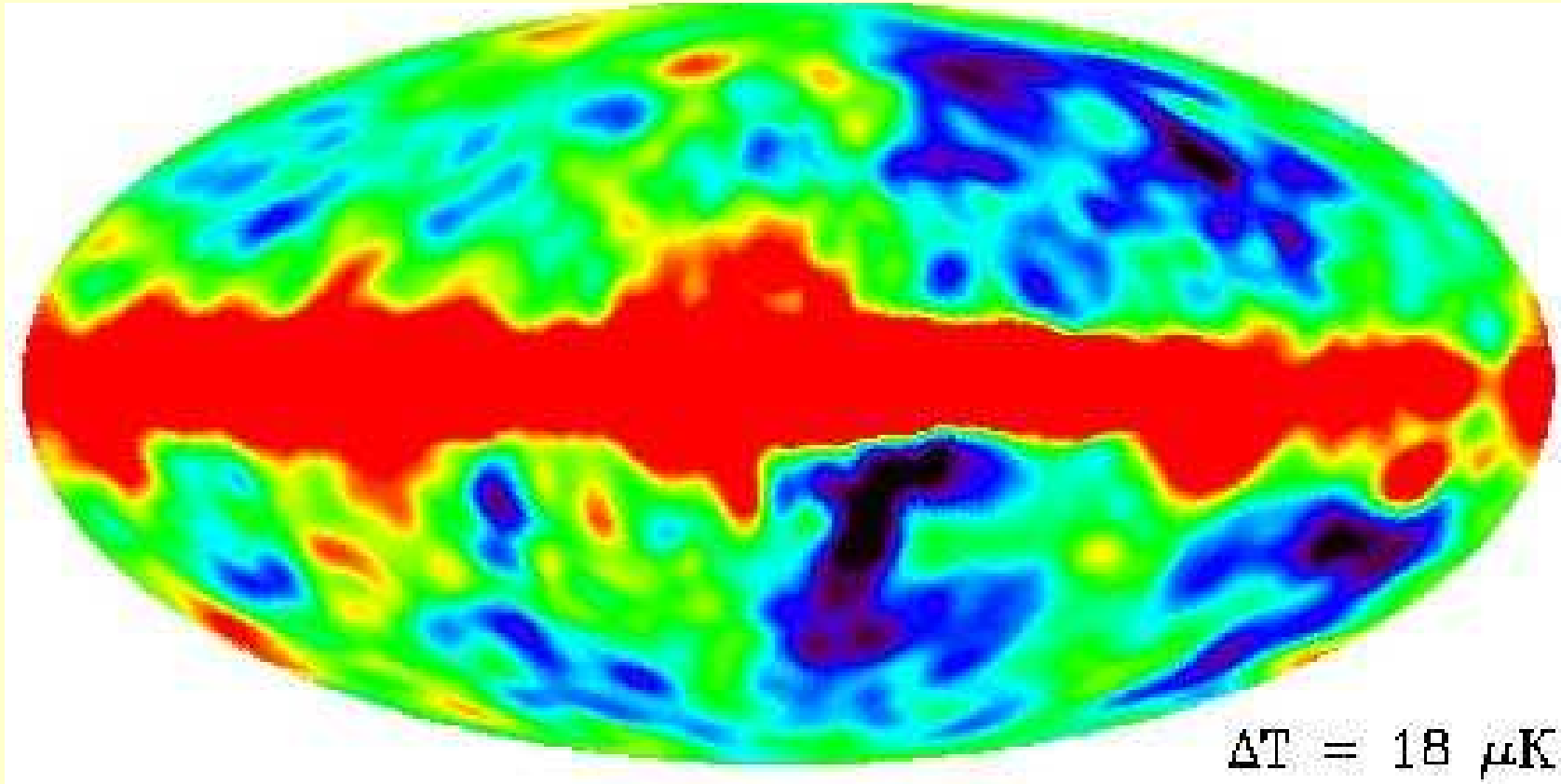


Überlagert: **Dipol Anisotropie** durch Bewegung des Sonnensystems

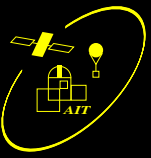
$$\Delta T/T \sim 10^{-4}$$



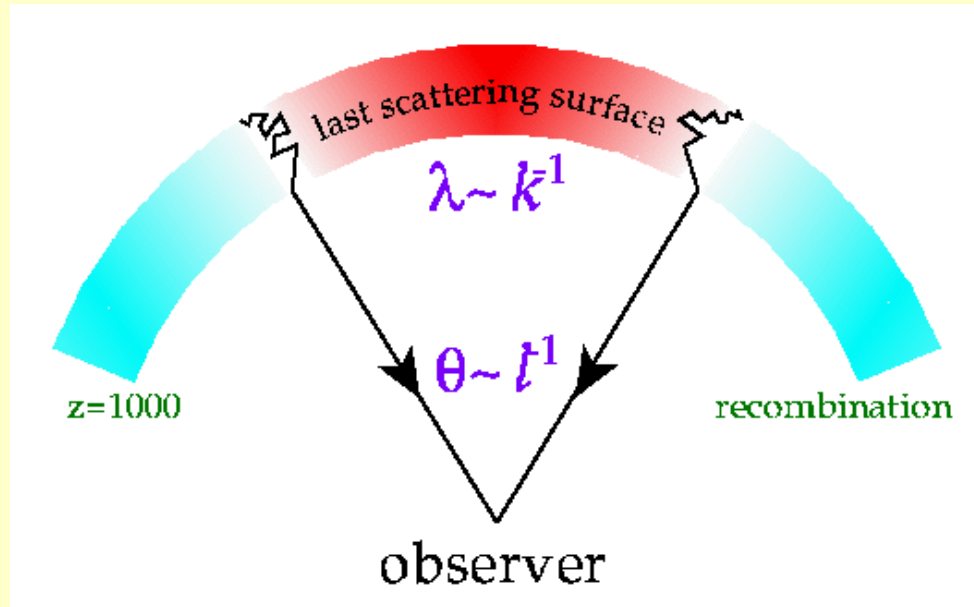
Mikrowellen-Hintergrund, V



Auf Niveau von $\Delta T/T \sim 10^{-5}$: **Strukturen** aufgrund von Form der Fläche der letzten Streuung.



Strukturentstehung

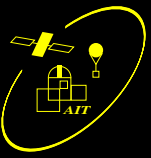


courtesy Wayne Hu

Kopplung Strahlung und Materie \implies Hohe Dichte = hohe Photonendichte

Photonen aus überdichten Regionen: **Gravitationsrotverschiebung** \implies
beobachtbar (**Sachs Wolfe Effect**)

CMBR Fluktuationen = Gravitationspotential bei $z \sim 1100!$



Strukturentstehung

Beschreibe Temperaturvariation am Himmel mit Hilfe von Kugelflächenfunktionen

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{\ell, m} a_{\ell, m} Y_{\ell, m}(\theta, \phi)$$

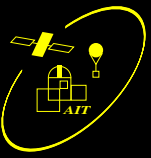
Da rotationssymmetrisch (Isotropie)

⇒ Einfachere Darstellung mit **Multipolkoeffizienten**, C_ℓ :

$$\left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} |a_{\ell, m}| P_{\ell}(\cos \theta) =: \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) C_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta)$$

(gemittelt über alle ϕ).

Plot von C_ℓ als Funktion von ℓ : **Power Spektrum**



Strukturentstehung

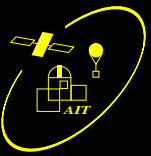
Was wird erwartet?

l **klein:** große Skalen ($>$ Horizont beim Decoupling): flach (wegen „Sachs-Wolfe Effekt“)

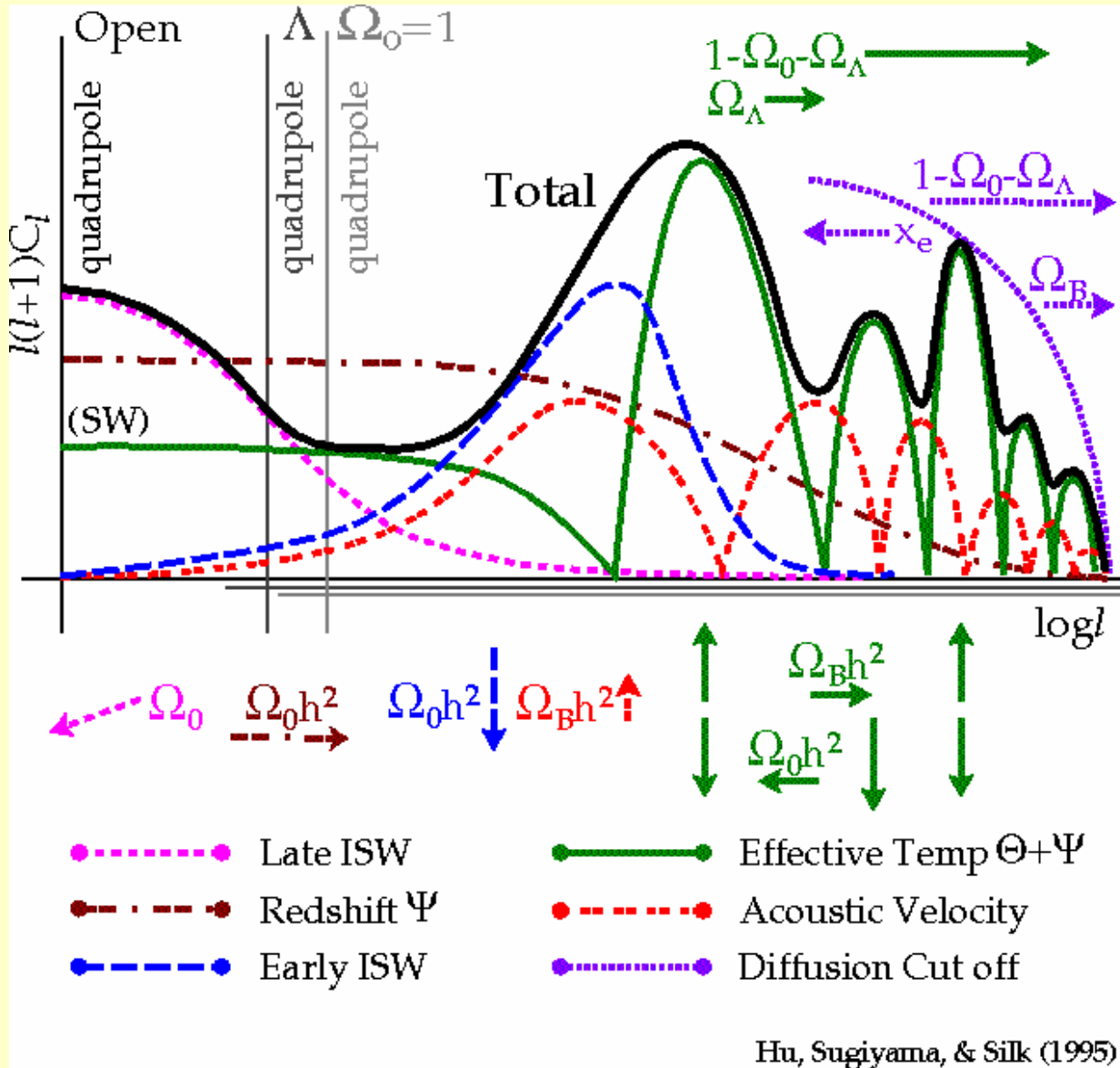
l **groß:** kleine Skalen: **Akustische Peaks:** Modifikation wegen Strukturbildung:

- Materie fällt in Minimum des Gravitationspotentials („Struktur“)
- Druck baut sich auf
- Oszillationen
- Wechselwirkung Materie-Strahlung
- „**Akustische Peaks**“

Dämpfung mancher Oszillationen durch Compton-Streuung, Photonendiffusion (Silk-Effekt, nach J. Silk).



Strukturentstehung



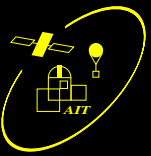
Theorie: Position der Peaks hängt ab von

$$\Omega_b \quad H_0 \quad \Omega_0$$

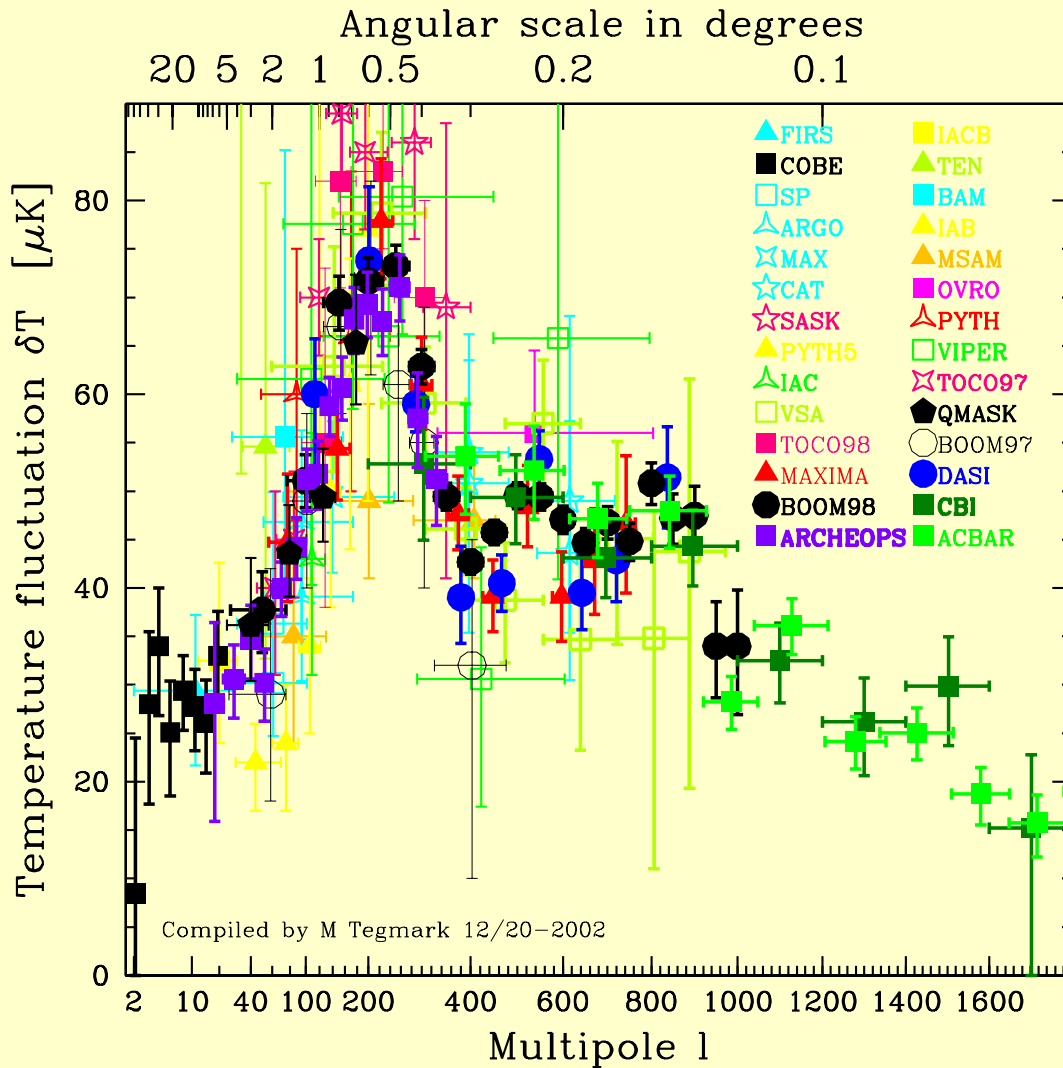
COBE: 1. akustischer Peak bei Skalen $< 7^\circ$.



BOOMERANG (1998 Dec/1999 Jan); courtesy BOOMERANG team



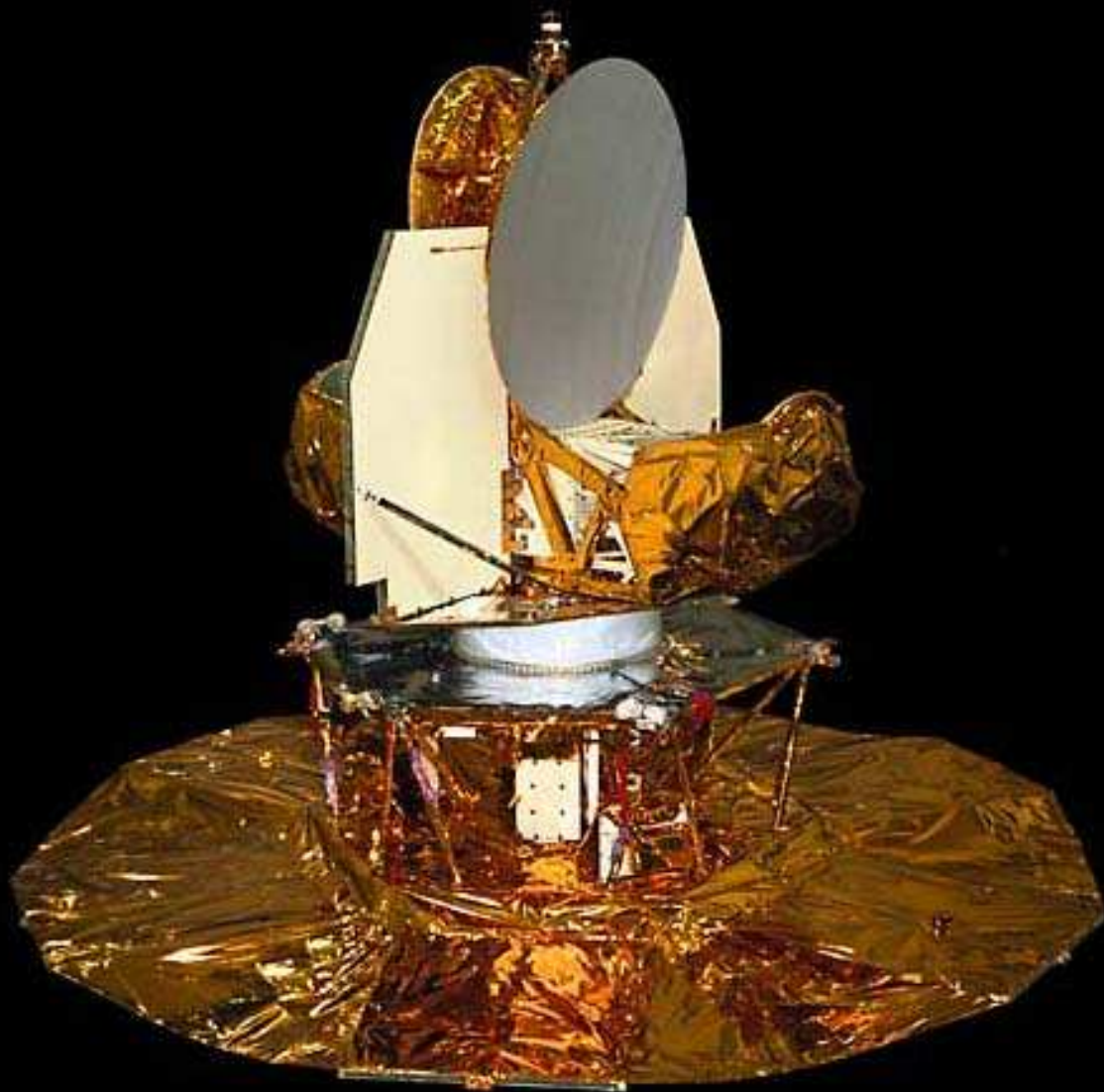
Strukturentstehung



1. akustischer Peak von BOOMERANG 1999 gefunden

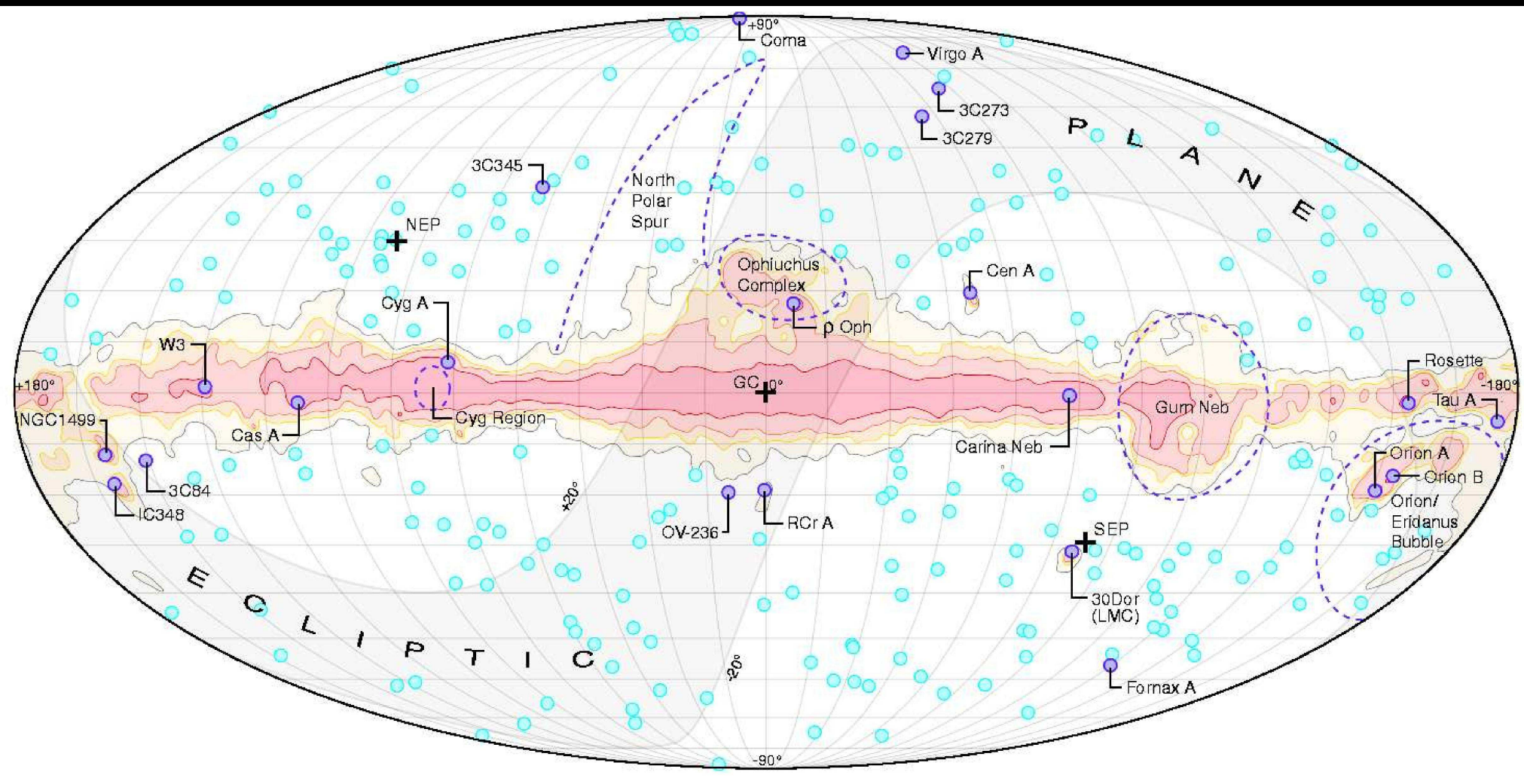
...seither von vielen Experimenten bestätigt.

Courtesy M. Tegmark

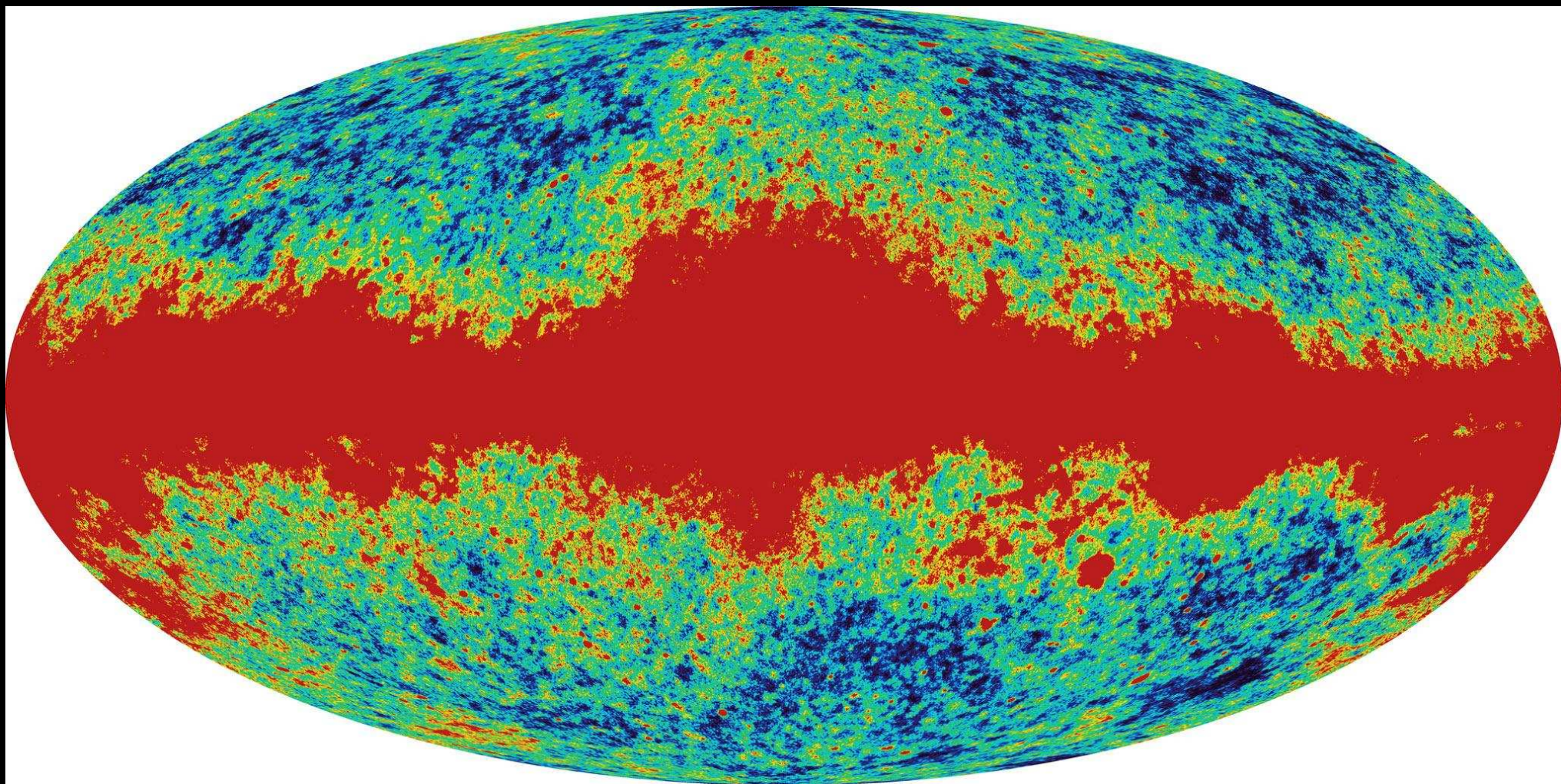


Wilkinson Microwave Anisotropy
Probe (WMAP): Start 2001 Juni
30, erste Veröffentlichungen 2003
Februar

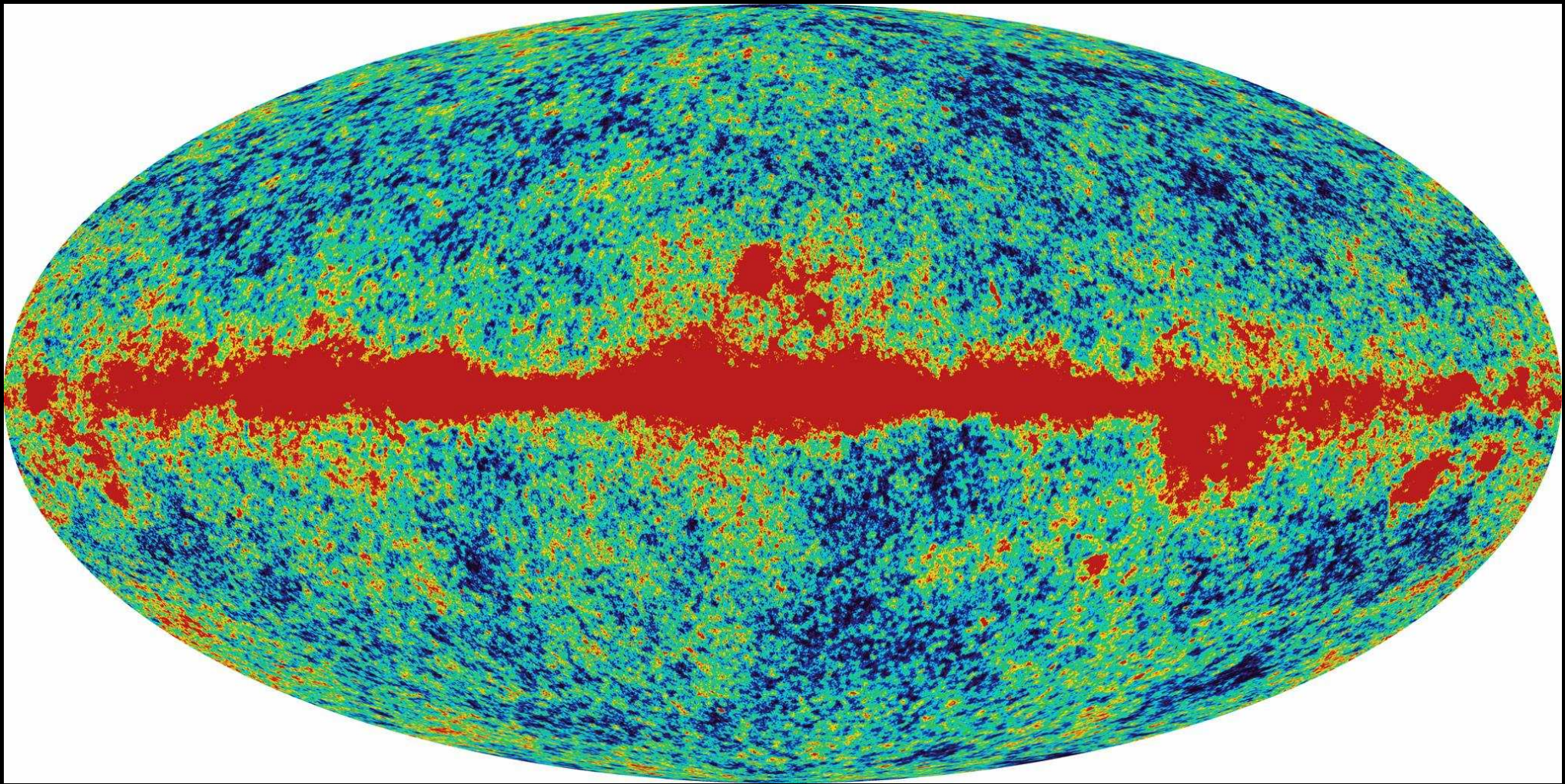
MAP990389



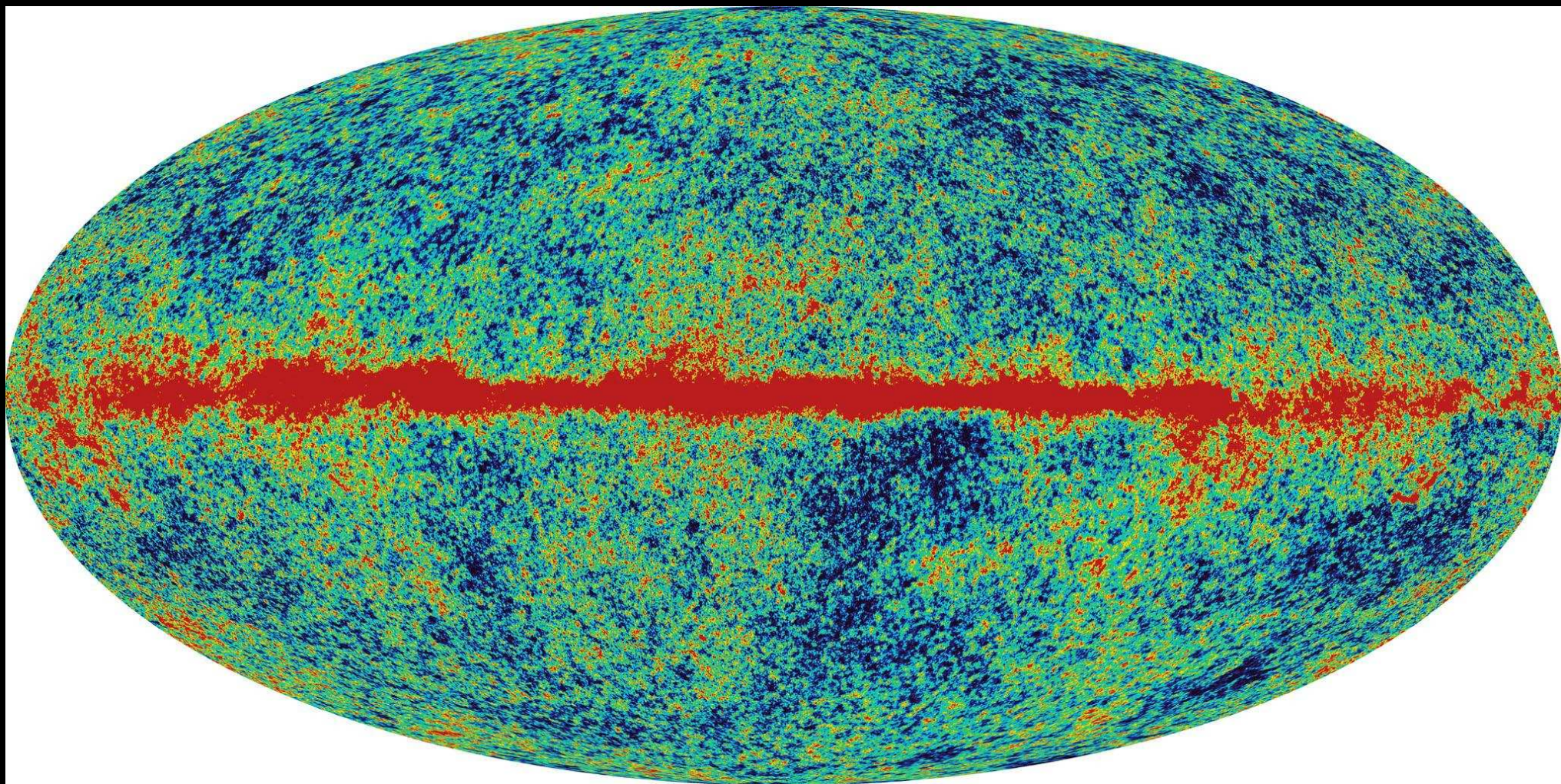
Vordergrundfeatures im Mikrowellenhimmel



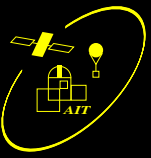
WMAP, K-Band, $\lambda = 13 \text{ mm}$, $\nu = 22.8 \text{ GHz}$, $\theta = 0.83^\circ$ FWHM



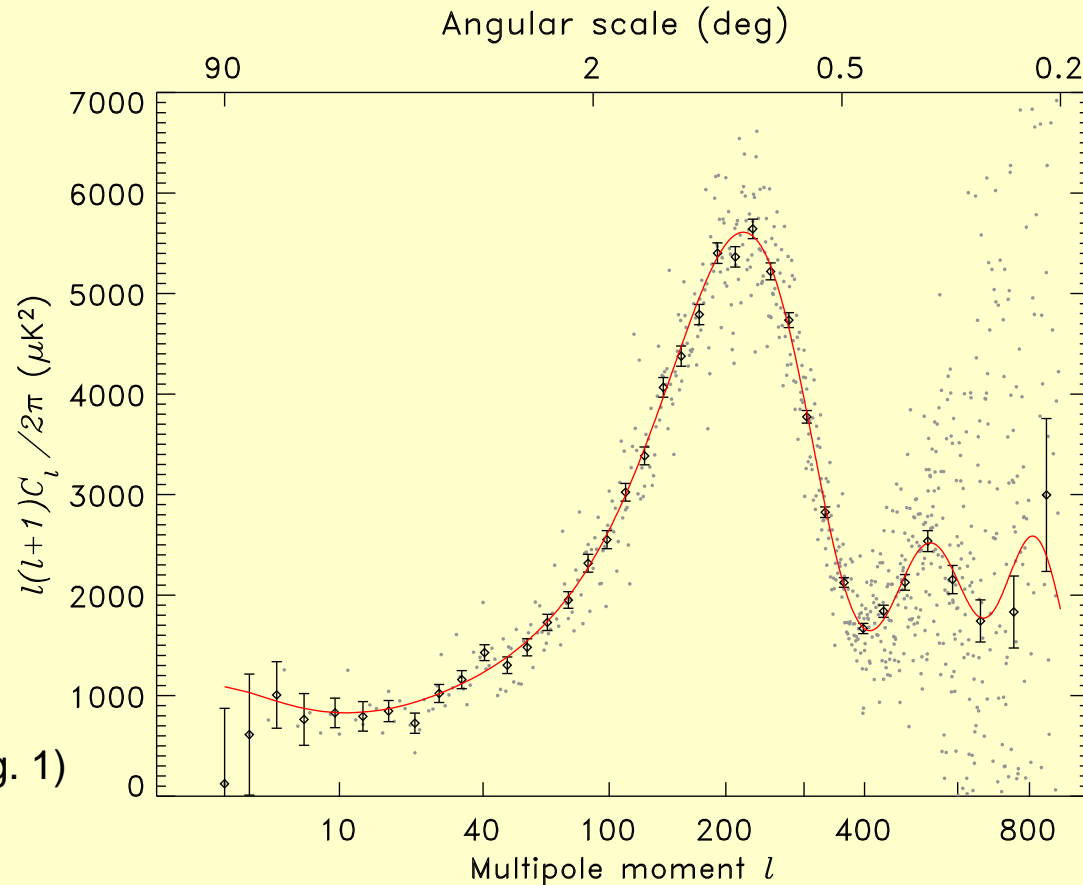
WMAP, Q-Band, $\lambda = 7.3 \text{ mm}$, $\nu = 40.7 \text{ GHz}$, $\theta = 0.49^\circ$ FWHM



WMAP, W-Band, $\lambda = 3.2 \text{ mm}$, $\nu = 93.5 \text{ GHz}$, $\theta = 0.21^\circ$ FWHM



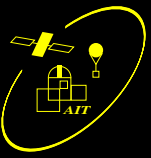
Strukturentstehung



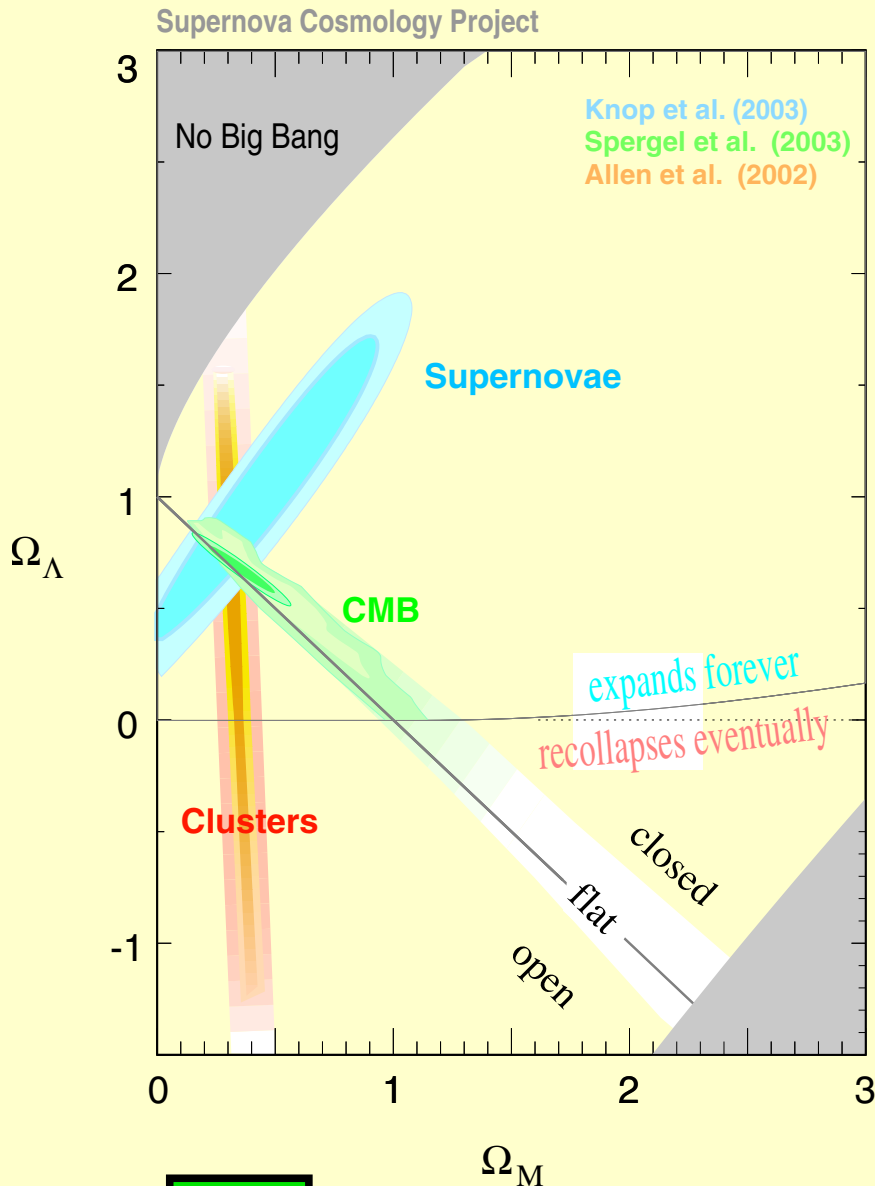
Spergel et al. (2003, Fig. 1)

WMAP best fit Parameter (Annahme: $\Omega = 1$, $H_0 =: h \cdot 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$):

$$h = 0.72 \pm 0.05 \quad \Omega_m h^2 = 0.14 \pm 0.02 \quad \Omega_b h^2 = 0.024 \pm 0.01$$



Zusammenfassung



Konfidenzbereiche für Ω_Λ und Ω_m .

dunkle Bereiche: 68% Konfidenz, außen: 90%

Region unten rechts: Universen sind älter als älteste schwere Elemente.

$$\Omega = 1.02 \pm 0.02$$

$$\Omega_m = 0.14 \dots 0.3$$

$$H_0 = 72 \pm 5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$