

Eberhard-Karls-Universität Tübingen

Kompaktseminar „Das frühe Universum“

# Materiedichte $\Omega_m$

Florian Ritter

25. März 2004

## Übersicht

- Problemdarstellung
- Historisches
- Galaxienrotation
- Galaxienhaufen
- Cooling flows
- Gravitationslinsen
- Ausblick

## Problemdarstellung

Bisherige Vorträge:

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$$

Hierbei steht das  $\Omega_m$  für die an der Gravitation teilnehmende bzw. mitwirkende Materie.

Ausgedrückt im Verhältnis von Masse zu Leuchtkraft bedeutet dies:  
(nach Peacock, 1999, S. 368)

$$\frac{M}{L_{crit}} \approx 1400 \frac{M_\odot}{L_\odot}$$

## Problemdarstellung

Galaxien drehen  
sich zu schnell...

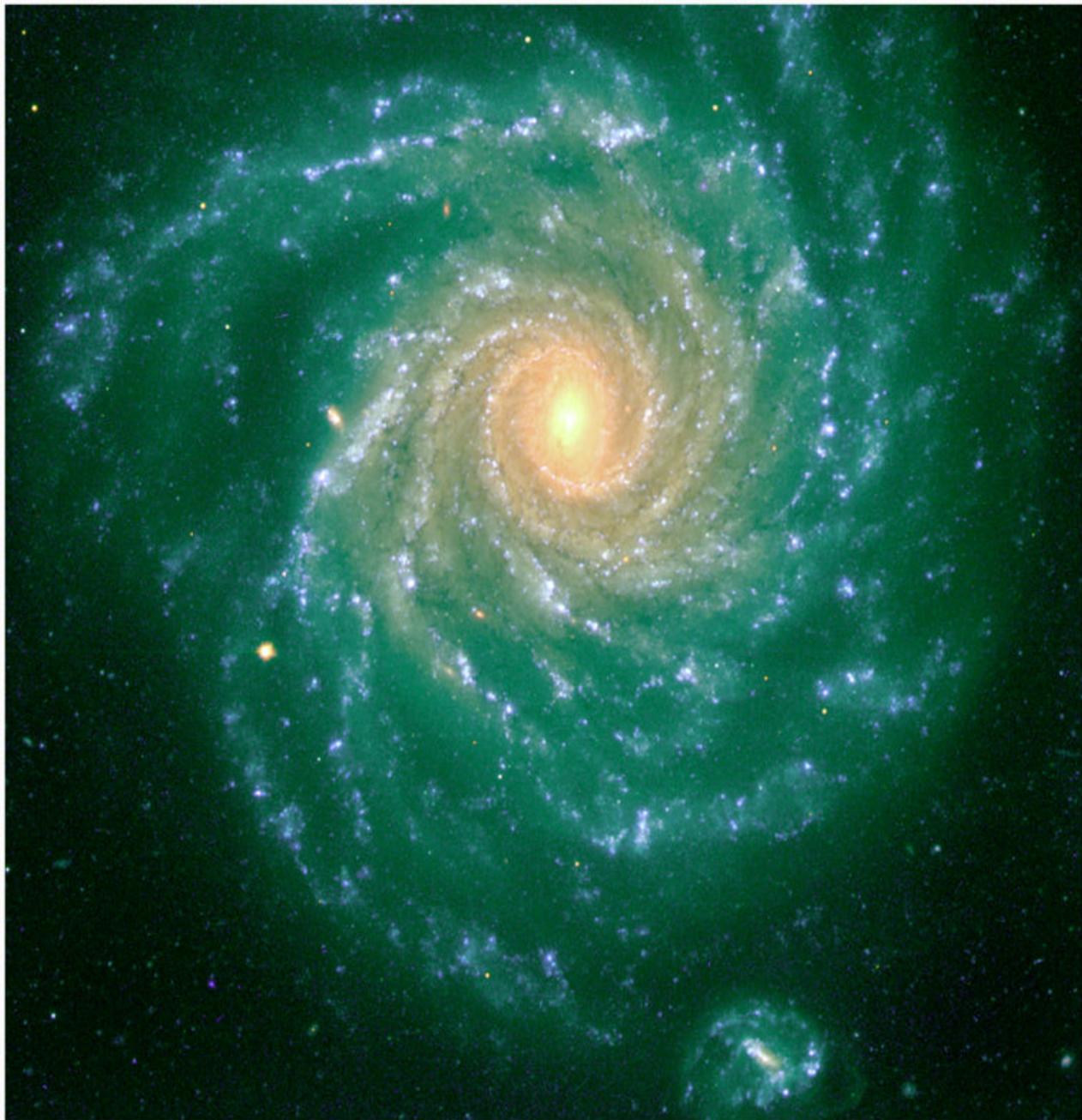


Bild 1: NGC 1232

Spiral Galaxy NGC 1232 - VLT UT 1 + FORS1

ESO PR Photo 37d/98 (23 September 1998)

## Problemdarstellung



Galaxienhaufen entstehen, obwohl die Gravitation der sichtbaren Masse zu gering ist...

Bild 2 : Coma Cluster

The Coma Cluster of Galaxies

## Historisches

1844, Friedrich W. Bessel: Sirius wackelt → unsichtbarer Begleiter  
→ dunkle (= nicht sichtbare) Materie im Universum!

1862, Alvan G. Clark: Begleiter optisch nachgewiesen.

1925, Walter S. Adams: Weißer Zwerg!

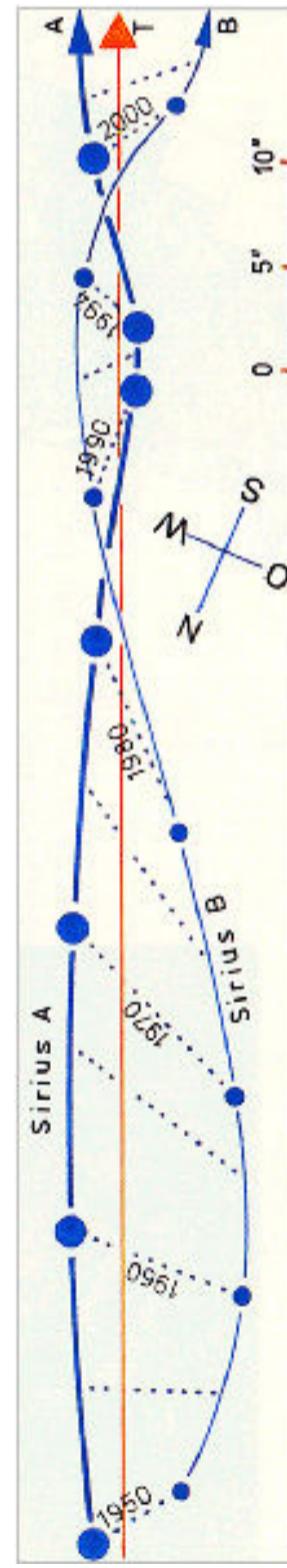


Bild 4: Bewegung von Sirius A und B

Bild 3: F.W. Bessel

## Historisches

Fritz Zwicky stellt 1933 fest, dass die Geschwindigkeit, die die Galaxien des Coma-Clusters haben, zu groß sind.

Der Haufen dürfte also garnicht existieren.



Bild 5: F. Zwicky

Erklärung: In den Clustern gibt es sehr viel mehr Materie als die sichtbare!

## Galaxienrotation

### Spiral- / Balkengalaxien:

H I (21cm) - Linie → größere Ausdehnung als sichtbar

Dopplerverschiebung → Geschwindigkeit des Zentrums (entspricht Bewegung der Galaxie bezgl. Erde/Sonnensystem/Milchstraße)

Lage der Galaxie und Annahme von Kreisbahnen →

Rotationsgeschwindigkeit um das Zentrum

### Elliptische Galaxien:

statistische Bewegung der Sterne im Gravitationspotential → Virialsatz

→ Galaxienhaufen

# Kompaktseminar „Das frühe Universum“ - Materiedichte $\Omega_m$

## Galaxienrotation



Bild 6: NGC 3198 im Optischen

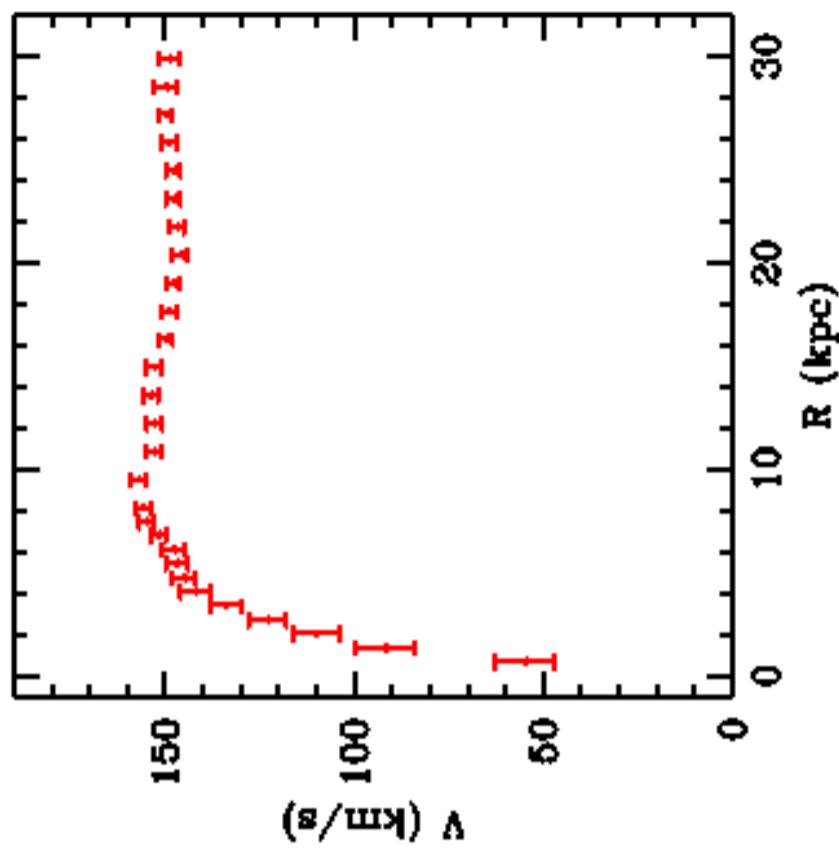


Bild 7: Rotationsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Entfernung zum Zentrum von NGC 3198

## Galaxienrotation

Für verschiedene Galaxien erhält man ähnliche Grafiken:

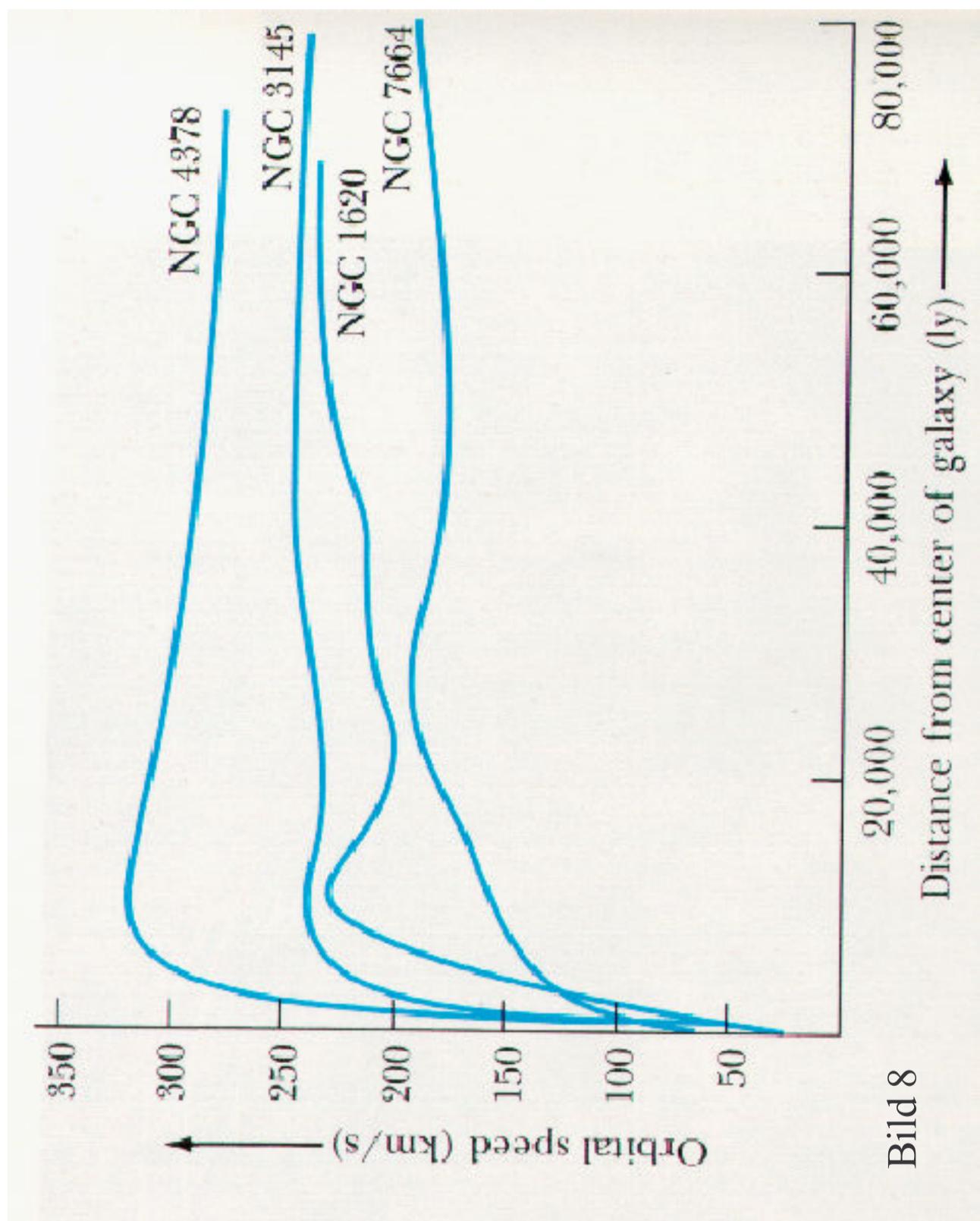


Bild 8

## Galaxienrotation

3. Keplersches Gesetz (hinreichend weit außerhalb, die Masse ist im Wesentlichen in der Scheibe):

$$G \frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{Hieraus folgt sofort: } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \text{ mit } M(r) = \frac{4}{3}\pi\rho r^3$$

$$\text{innerhalb der Galaxie folgt } v(r) = \sqrt{\frac{4}{3}G\pi\rho r^2} \sim r$$

außerhalb (hier ist  $M=\text{const.}$ ):

$$v(r) \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$$

## Galaxienrotation

Wie man aber sieht, wird dieser Ansatz nicht durch die Beobachtungen bestätigt!

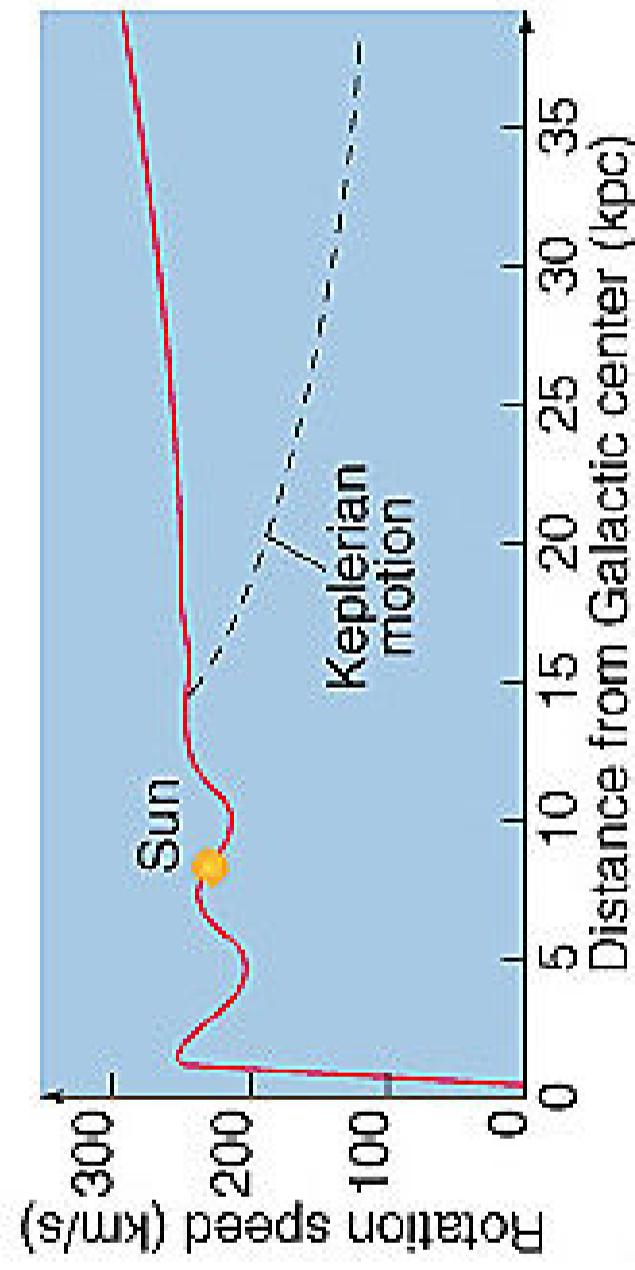


Bild 9: Rotationskurve der Milchstraße

Im Gegenteil, die Rotationsgeschwindigkeit bleibt nahezu konstant!  
 $v = \text{const.} \rightarrow M \sim r \rightarrow$  Sphärische Verteilung der gravitierenden Masse

→ Dunkle Materie!

## Galaxienrotation

Tatsächlich kann man die Rotationskurve folgendermaßen erklären:

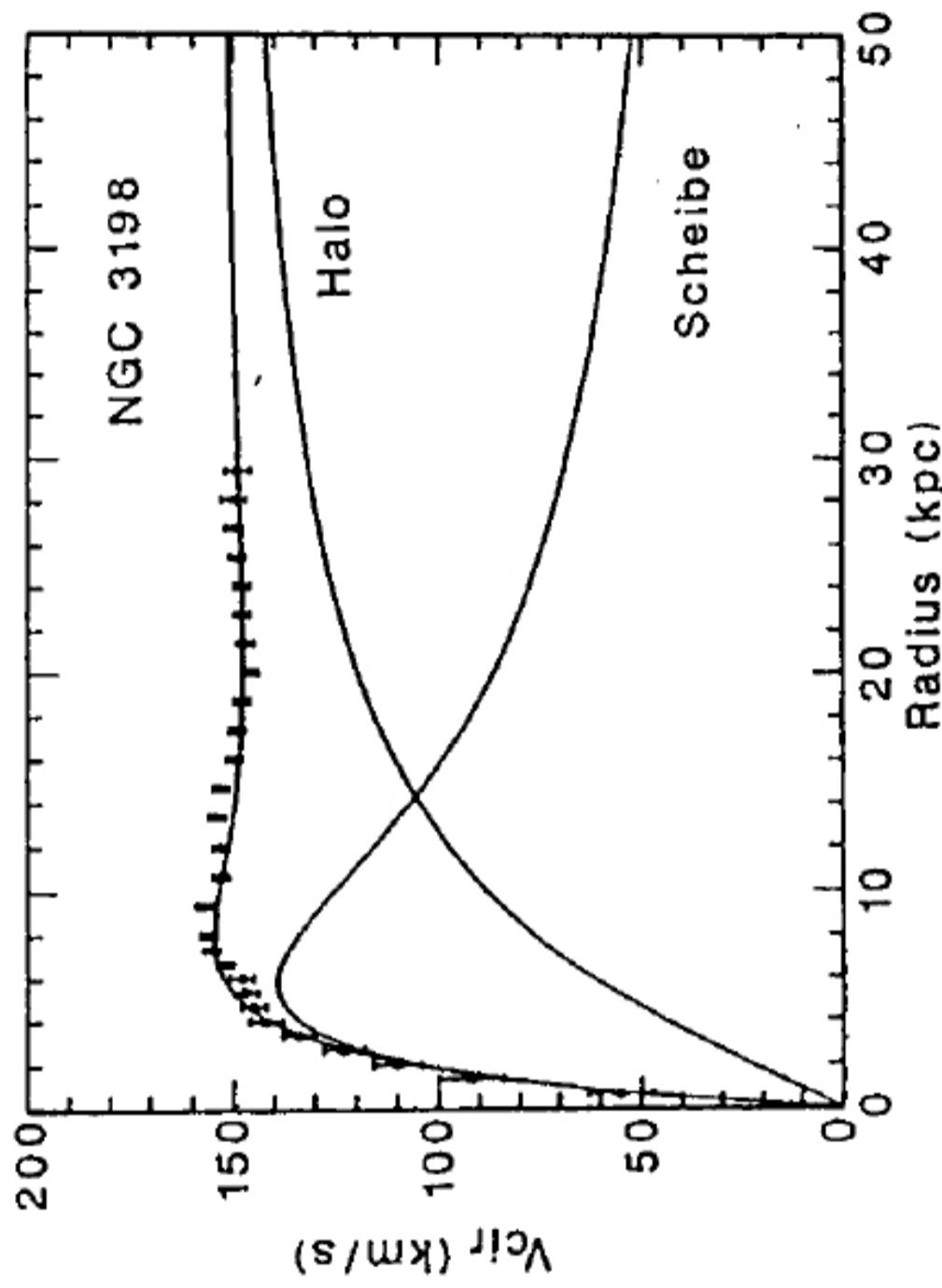


Bild 10: Rotationskurve von NGC 3198

## Galaxienrotation

Masse/Leuchtkraft-Beziehung:

$$\frac{M}{L_{\text{Galaxie}}} = 10 \dots 20 \frac{M_\odot}{L_\odot}$$

Aber für Sterne gilt:

$$\frac{M}{L_{\text{Stern}}} = 1 \dots 3 \frac{M_\odot}{L_\odot}$$

→ Nur etwa 10% der Materie in einer Galaxie strahlt!

Die Gesamtmasse einer (recht großen) Galaxie ist  $\sim 10^{11} \dots 10^{12} M_\odot$

## Galaxienhaufen

Masse eines Galaxienhaufens: Virialsatz.

Annahme: Haufen ist abgeschlossen und im statischen Gleichgewicht.

Einzelne Galaxien = Teilchen in einem Vielkörpersystem

Gravitative Beschleunigung eines Teilchens:

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_{j \neq i} \frac{Gm_j(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3}$$

mit  $m_i$  multipliziert und geeignet umgeformt ergibt sich dann

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} (m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2) - m_i \ddot{\mathbf{r}}_i^2 = \sum_{j \neq i} \frac{Gm_i m_j \mathbf{r}_i (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3}$$

## Galaxienhaufen

Summation über alle Teilchen, und eine (langwierige) Umformung ergibt:

$$\frac{1}{2} \sum_i \frac{d^2}{dt^2} (m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2) - \sum_i m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2 = -\frac{1}{2} \sum_{i,j \neq i} \frac{G m_i m_j}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|}$$

$$\frac{1}{2} \sum_i \frac{d^2}{dt^2} (m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2) = \sum_i m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i,j \neq i} \frac{G m_i m_j}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} = 2T - U$$

Im statischen Gleichgewicht ist die linke Seite gleich null, also gilt auch  $2T - U = 0$ , dies führt direkt auf das Virialtheorem

$$T = \frac{1}{2}|U|$$

## Galaxienhaufen

Eine isotrope Verteilung vorausgesetzt, gilt für die Geschwindigkeit:

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_{\parallel}^2 \rangle$$

Weitere Voraussetzung: Geschwindigkeitsverteilung ist von den einzelnen Massen unabhängig ( $M$  ist die Gesamtmasse):

$$T = E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2 = \frac{3}{2} M \langle v_{\parallel}^2 \rangle$$

Für einen sphärisch-symmetrischen Haufen können wir einen durchschnittlichen Abstand  $R_{cl}$  zum Haufenzentrum annehmen.

$$U = E_{pot} = \frac{GM^2}{R_{cl}}$$

## Galaxienhaufen

Für die Gesamtmasse  $M$  ergibt sich also:

$$M = \frac{3}{G} \langle v_{\parallel}^2 \rangle R_{cl}$$

- Mit den typischen Werten für  $v_{\parallel} \sim 1000 \text{ km s}^{-1}$  und  $R_{cl} \sim 1 \text{ Mpc}$ :
- Gesamtmasse eines Haufens  $\sim 10^{15} M_{\odot}$ .
  - Typischer Haufen  $\sim 100 \text{ Galaxien}$ , → Masse  $\sim 10^{13} - 10^{14} M_{\odot}$ ,
  - hier spielt die **dunkle Materie** eine gewichtige Rolle!

Detailliertere Berechnungen mit komplizierteren Masseverteilungen (Merritt, 1987) ergibt folgendes Masse/Leuchtkraft-Verhältnis:

$$\frac{M}{L_{\text{Cluster}}} \sim 350 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}}, \text{ vgl. } \frac{M}{L_{\text{Galaxie}}} = 10 \dots 20 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}}$$

## Cooling flows

NASA-Röntgensatellit „UHURU“: erstmals Röntgenstrahlung von Galaxienhaufen.

Ausdehnung der Röntgenstrahlung (bis zu  $\sim \text{Mpc}$ ) > Galaxie und zeitlich nicht variabel.

Gemessene Emission im keV-Bereich erfordert Temperaturen von  $\approx 10^7\text{-}10^8 \text{ K}$  und geringe Dichten ( $N \leq 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ ).

Allerdings haben viele Haufen im Zentrum eine hohe Dichte...

## Cooling flows

- Hohe Dichte  $\rightarrow$  Gasteilchen stoßen häufiger aneinander
- $\rightarrow$  Gas verliert Energie (Strahlung), kühlt ab  $\rightarrow$  Druck sinkt
- $\rightarrow$  von außen fließt Gas nach innen (cooling flow)  $\rightarrow$
- Dichte und Strahlung nehmen zu, usw. usf.

Schlußendlich: Gas so kalt, dass sich Sterne bilden können

- $\leftrightarrow$  Röntgenstrahlung aus einem Gebiet  $>$  Galaxie...

→ Dunkle Materie!

# Kompaktseminar „Das frühe Universum“ - Materiedichte $\Omega_m$

## Cooling flows

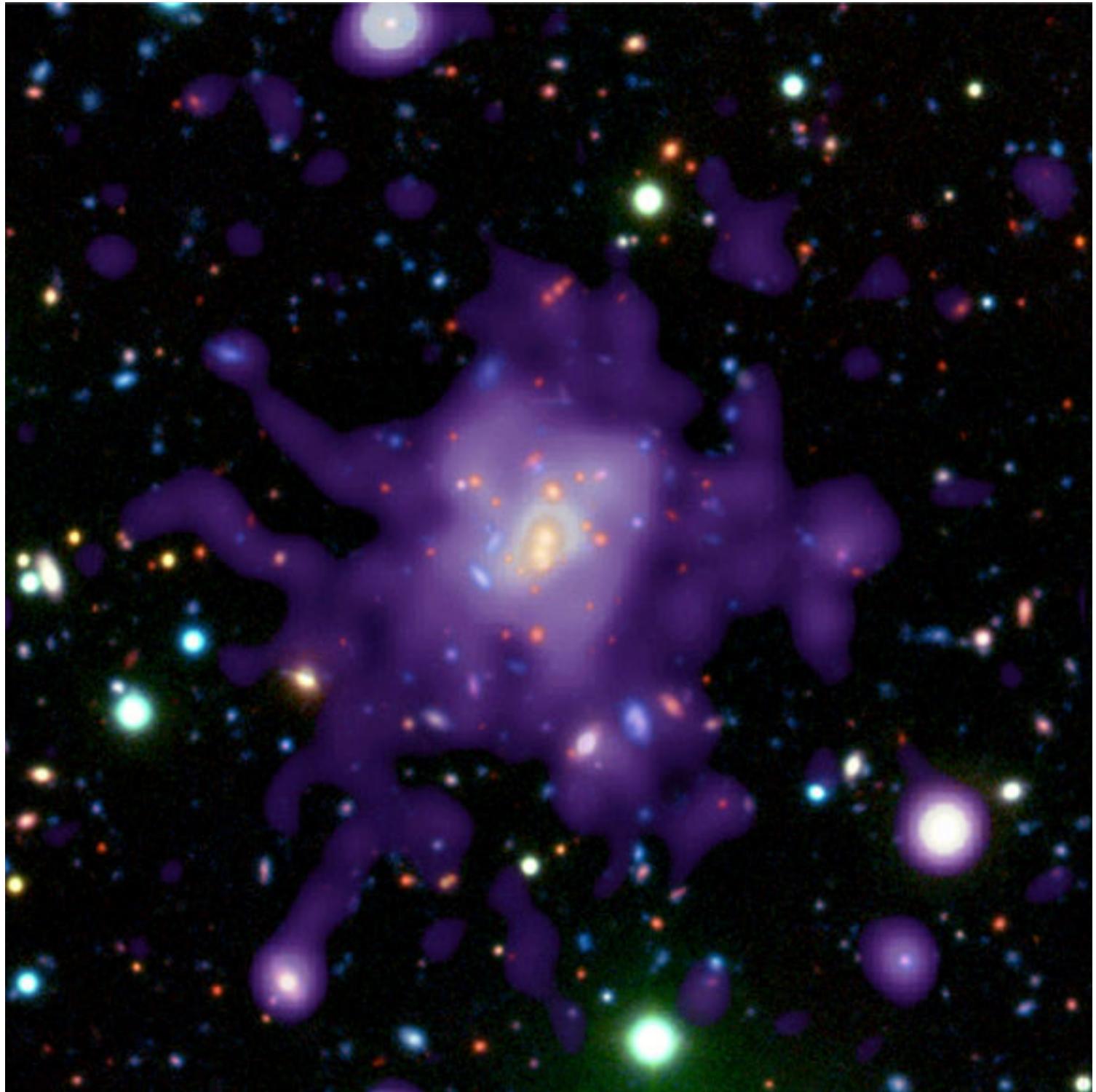


Bild 11:

RDCS 1252.9-2927

Dieser Galaxienhaufen ist fast  $9 \cdot 10^9$  Lichtjahre von uns entfernt. Er ist mit  $2 \cdot 10^{14}$  Sonnenmassen das Schwergewicht unter den bisher gefundenen Objekten des frühen Universums.

rot, grün und gelb: Galaxien des Haufens  
(sichtbares Licht)  
violett: röntgenstrahlendes  
Intracluster-Gas

(APOD vom 26.02.2004)

## Gravitationslinsen

1915, Albert Einstein:  
theoretische Vorhersage,

1919, Sir Arthur S. Eddington:  
experimentelle Bestätigung  
durch eine Sonnenfinsternis.

(Dies war auch der erste und  
beste Nachweis für die  
Gültigkeit der ART)

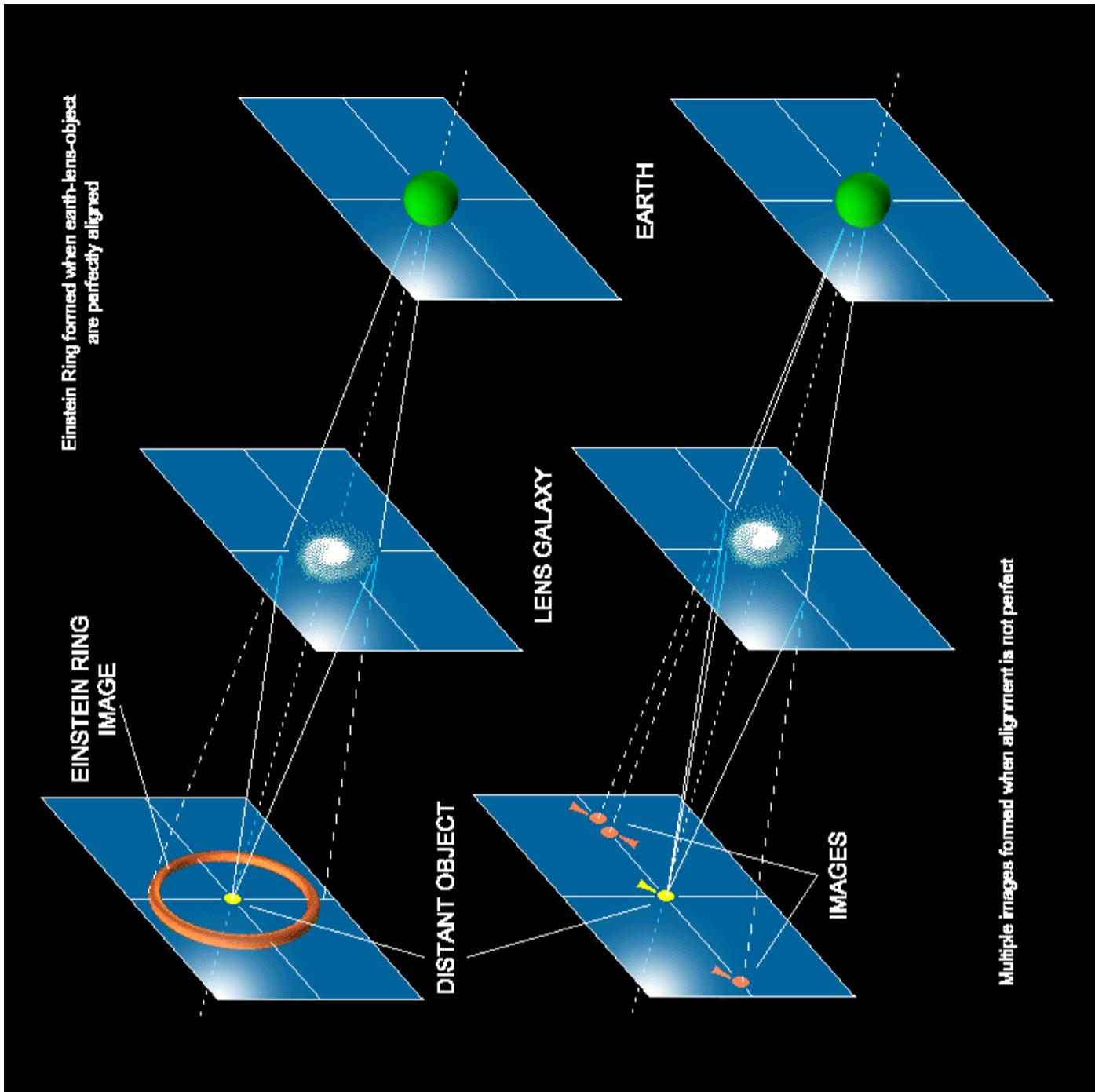


Bild 12: schematische Darstellung des  
Gravitationslinseneffekts

## Gravitationslinsen

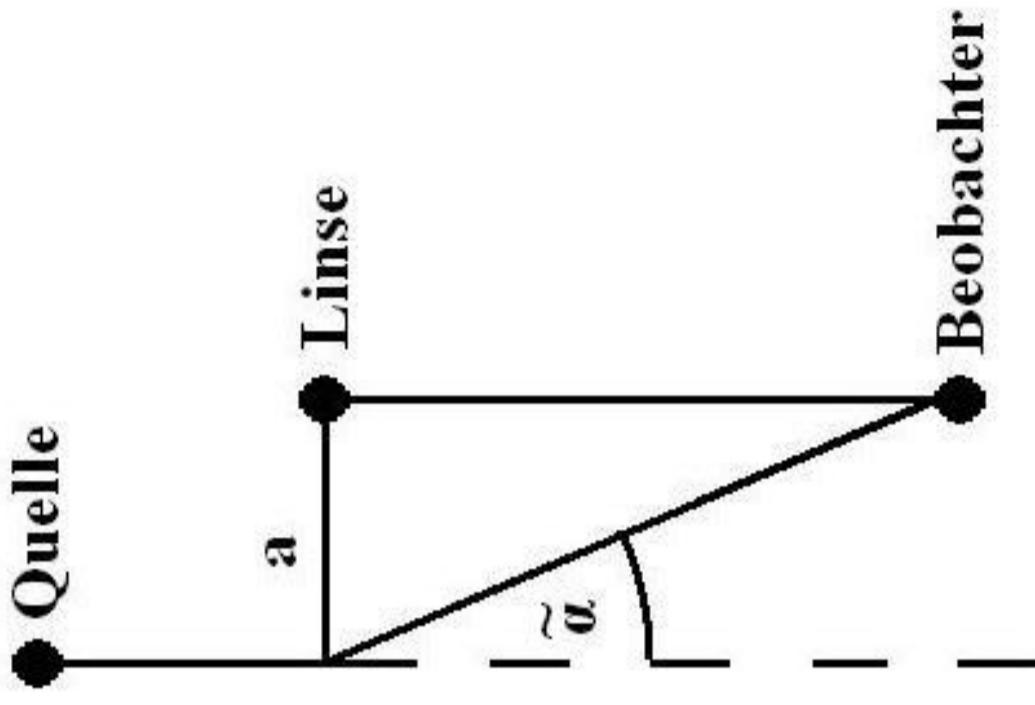
ART:

$\tilde{\alpha}$ : Winkelablenkung (Bogenmaß)

M: Masse des „Linsenobjekts“,

a: Abstand Linse – Lichtstrahl

$$\tilde{\alpha} = 2 \frac{R_{Schwarzschild}}{a} = 4 \frac{GM}{ac^2}$$



Dies ist gerade das Doppelte, wie die klassische Mechanik uns liefert. Aber die klassische Mechanik berücksichtigt die Raumkrümmung nicht...

Bild 13: Skizze zur Gravitationslinse

## Gravitationslinsen

Kleine Winkel:

$$\theta D_S = \beta D_S + \tilde{\alpha} D_{LS}$$

reduzierter Ablenkungswinkel:

$$\alpha = \frac{D_{LS}}{D_S} \tilde{\alpha}$$

→ Linsengleichung:

$$\beta = \theta - \alpha = \theta - \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \frac{4GM}{\theta c^2}$$

$$\beta = \theta - \frac{1}{D} \frac{4GM}{\theta c^2}$$

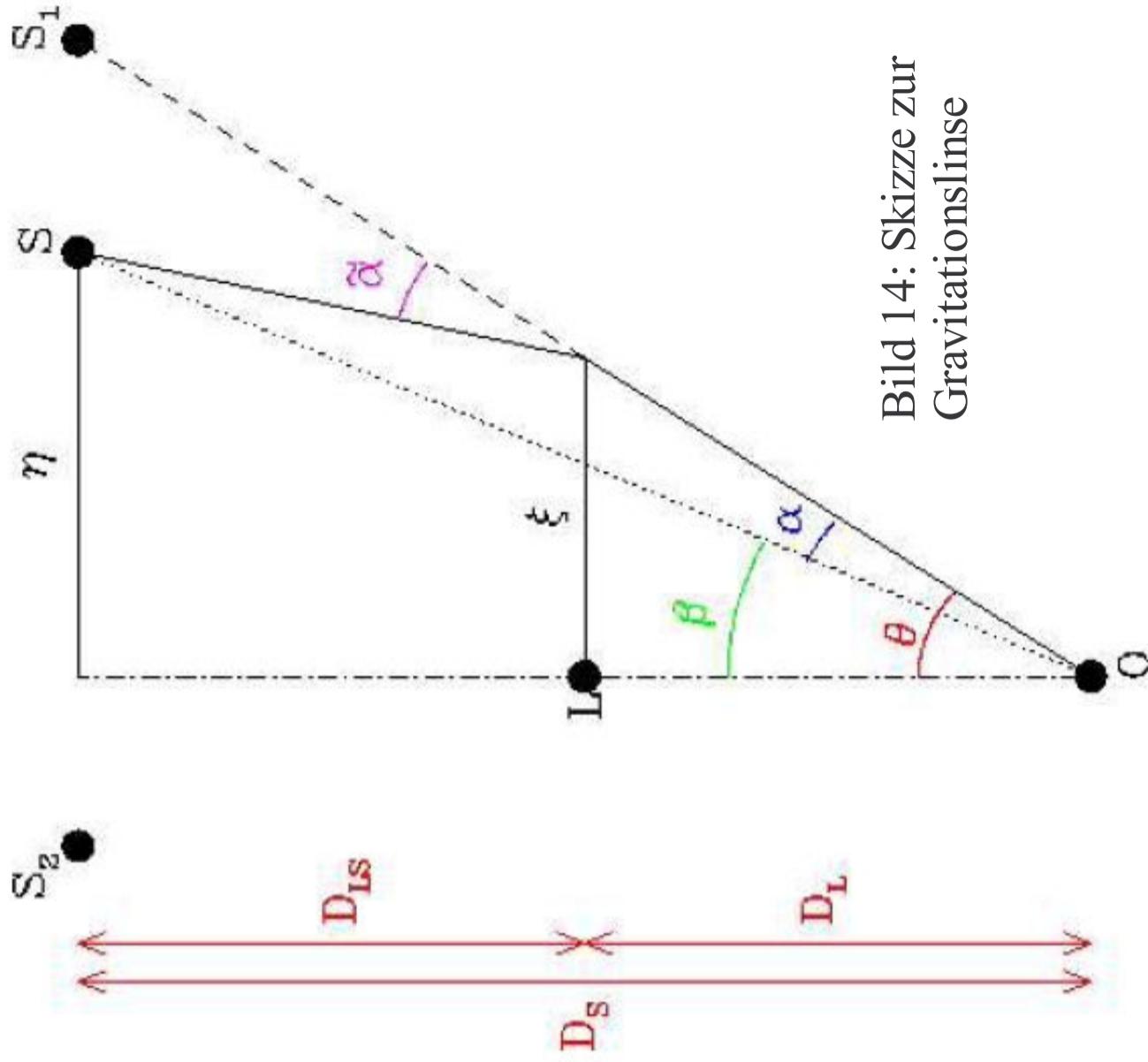


Bild 14: Skizze zur Gravitationslinse

(Letztere Gleichung für eine Punktmasse)

## Gravitationslinsen

Einsteinringe, -bögen und -kreuze nennt man die daraus resultierenden Objekte, die man auf Aufnahmen entdecken kann.

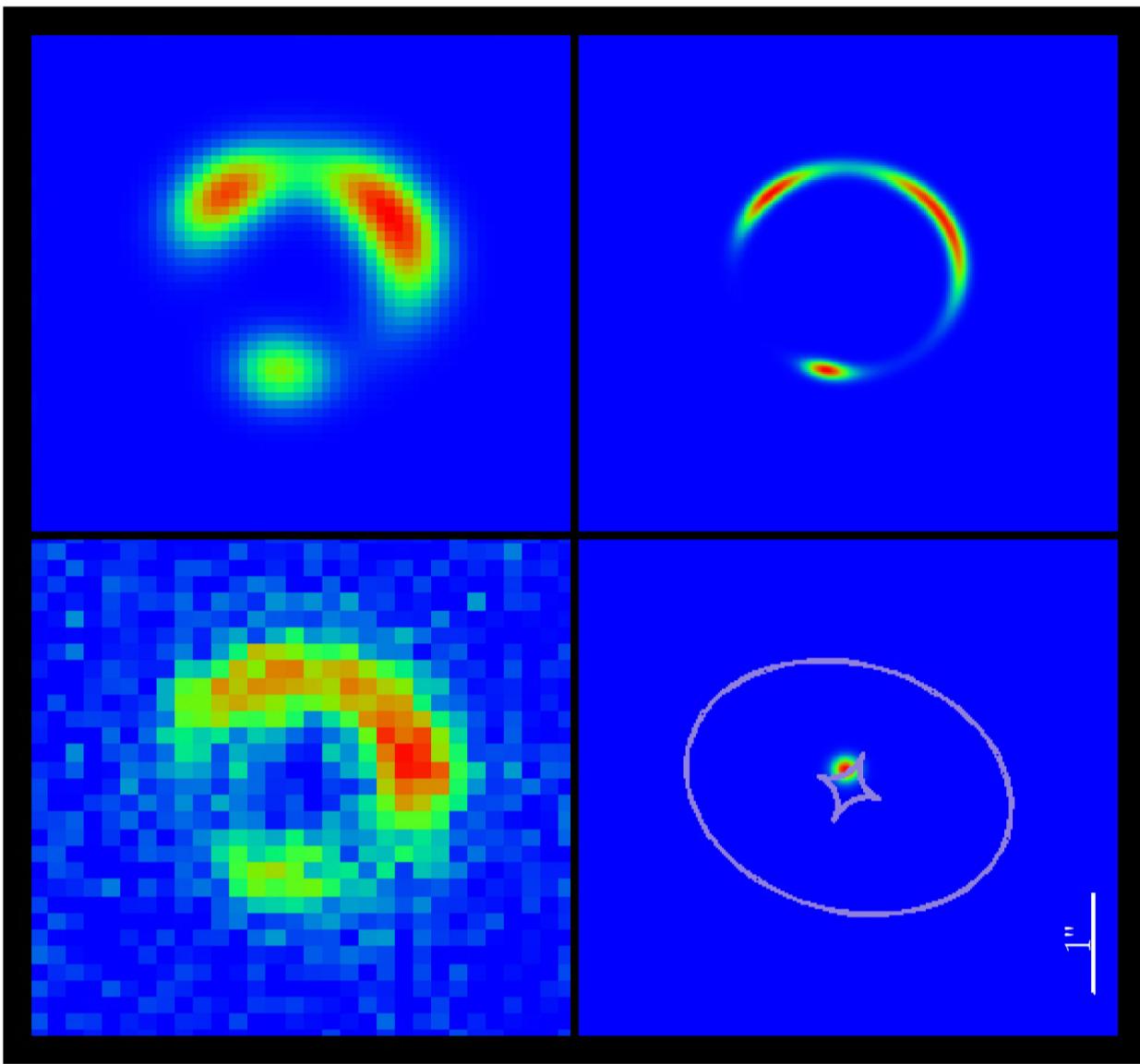


Bild 15: Einsteinring;  
oben links: Originalbild;  
oben rechts: optimiertes  
Bild; unten links:  
Simulation: rot/grün:  
Quelle, Im Zentrum der  
Ellipse: Linse;  
unten rechts: Resultat der  
Simulation

A Gravitational Einstein Ring

ESO PR Photo 48c/98 (26 November 1998)

©European Southern Observatory



# Kompaktseminar „Das frühe Universum“ - Materiedichte $\Omega_m$

## Gravitationslinsen



**Galaxy Cluster Abell 2218**  
Hubble Space Telescope • WFPCC2

NASA, A. Fruchter and the ERO Team (STScI, ST-ECF) • STScI-PRC00-08

Bild 16: Abell 2218 mit einigen Einstein-Bögen

## Gravitationslinsen

Auch bei diesen Berechnungen bekommt man als Resultat eine größere Masse als die leuchtende.

**Damit gibt es mehrere Hinweise für die Existenz von dunkler Materie.**

# Kompaktseminar „Das frühe Universum“ - Materiedichte $\Omega_m$

## Zusammenfassung

Alles in allem lässt sich also zusammenfassen:

Wenn wir davon ausgehen, dass  $\Omega = 1$  ist, dann ist

$$\Omega_\Lambda \approx 0,7, \text{ da } \Omega_m \approx 0,3$$

$$\Omega_m \approx 0,3, \text{ davon:}$$

$\Omega_{\text{baryon}} \approx 0,02..0,05$  (aus der primordialen Nukleosynthese)

$$\Omega_{\text{sterne}} \approx 0,005...0,01$$

$$\rightarrow \Omega_{\text{dm}} \approx 0,25...0,28 !!$$

## Ausblick

Doch woraus besteht dann der Großteil der an der Gravitation beteiligten Masse im Universum?



- WIMPs
  - MACHOs
  - Axionen
  - Neutralinos
  - Andere SUSY-Teilchen
- ...

## Literatur

- A. Unsöld, B. Baschek; Der neue Kosmos, 6. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999
- Karttunen, Kröger, Oja, Poutanen, Donner; Fundamental Astronomy, 4<sup>th</sup> Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2003
- M. Treichel, Teilchenphysik und Kosmologie, 1. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000
- H. Goenner, Einführung in die Kosmologie, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, Berlin Oxford, 1994
- Vorlesungsskript „Beobachtende Kosmologie“, J. Wilms, WiSe 2002/2003
- Vorlesungsskript „Röntgenastronomie II“, R. Staubert, J. Wilms, WiSe 2001/2002
- verschiedene Internetseiten

# Kompaktseminar „Das frühe Universum“ - Materiedichte $\Omega_m$

## Bildnachweis

- Deckblatt: Sombroegalaxie, VLT ANTU + FORS1, [www.eso.org](http://www.eso.org)
- Bild 1: NGC 1232, ESO [www.eso.org](http://www.eso.org)
- Bild 2: Coma-Cluster, [www-eep.physik.hu-berlin.de](http://www-eep.physik.hu-berlin.de)
- Bild 3: F.W.Bessel, [www.chemie.uni-bremen.de](http://www.chemie.uni-bremen.de)
- Bild 4: Wackeln des Sirius, [www.galerie-universum.de](http://www.galerie-universum.de)
- Bild 5: F.Zwickly, [www.zwickly-stiftung.ch](http://www.zwickly-stiftung.ch)
- Bild 6: NGC 3198 optisch, [www.astro.princeton.edu](http://www.astro.princeton.edu)
- Bild 7: Rotationskurve NGC 3198, [www.astro.psu.edu](http://www.astro.psu.edu)
- Bild 8: Rotationskurven verschiedener Galaxien, [zebu.uoregon.edu](http://zebu.uoregon.edu)
- Bild 9: Rotationskurve der Milchstraße, [www.astro.psu.edu](http://www.astro.psu.edu)
- Bild 10: Rotationskurve2 NGC 3198, [www-eep.physik.hu-berlin.de](http://www-eep.physik.hu-berlin.de)
- Bild 11: RDCS 1252.9-2927, [antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap040226.html](http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap040226.html)
- Bild 12: Gravitationslinse 1, [ww.jb.man.ac.uk](http://ww.jb.man.ac.uk)
- Bild 13: Gravitationslinse 2, nach Longair 1998, Fig. 4.8a
- Bild 14: Gravitationslinse 3, Nach Wambsganss, 1998, Fig. 3 (aus J. Wilms, „Beobachtende Kosmologie“)
- Bild 15: Einsteinring, ESO, [www.eso.org](http://www.eso.org)
- Bild 16: Abell 2218, HST, [hubblesite.org](http://hubblesite.org)
- Bild Ausblick: Einstein, S. Hawking, „Das Universum in der Nusschale“, 3. Auflage, Verlag Hoffman und Campe, 2001
- The End: NGC 613, ESO, [www.eso.org](http://www.eso.org)



**-THE END-**